

SUMÁRIO

1		PRINCÍPIOS GERAIS DO PROJETO ESTRUTURAL
9		CRITÉRIOS DE PROJETO E DESENHO DE FÓRMAS NAS ESTRUTURAS USUAIS DE CONCRETO
27		AÇÕES A SEREM CONSIDERADAS
28		LAJES MACIÇAS DE CONCRETO
57		DETALHES DE ARMAÇÃO DE LAJES
65		CISALHAMENTO EM CONCRETO ARMADO
85		ANCORAGEM E EMENDAS DAS ARMADURAS
100		VIGAS USUAIS DE EDIFÍCIOS
126		CARREGAMENTO INDIRETO E APOIO INDIRETO – ARMADURA DE SUSPENSÃO
132		TORÇÃO EM CONCRETO ARMADO
140		LAJES NERVURADAS
A-1		ANEXOS

**CONCRETO ARMADO – PROJETO ESTRUTURAL**

NBR-6118(2003)

Notas de aulas da disciplina

Concreto Armado

Parte 2

Prof. Dr. Gilson B. Fernandes

Sorocaba 2011

# 1 - PRINCÍPIOS GERAIS DO PROJETO ESTRUTURAL

## 1.1 - Introdução

O objetivo destas notas é oferecer ao leitor elementos para o projeto das estruturas de concreto armado que fazem parte das edificações usuais. O projeto desses estruturas pode ser desenvolvido segundo critérios equivalentes e ter apresentação semelhante aos aqui apresentados, de modo que estes não invalidam os outros semelhantes que podem ser encontrados na literatura ou na prática relacionadas com o assunto.

A estrutura de um edifício deve ser projetada para resistir com segurança adequada as forças verticais e as forças horizontais que deverão agir sobre ele e assegurar durabilidade e utilização normal do edifício durante toda sua vida útil.

As forças verticais, ou cargas verticais como podem ser denominadas, são aplicadas aos pavimentos do edifício, os quais são formados pelas lajes e pelas vigas que, em conjunto, representam a estrutura de cada pavimento.

As lajes se apoiam ou diretamente sobre os pilares, na ausência de vigas, ou sobre as vigas que transmitem as cargas aos pilares, o que é mais comum. As lajes não podem cobrir uma área muito grande porque, se assim o fizessem, teriam que ser muito grossas para não sofrer deformação excessiva. A espessura das lajes é limitada pela prática e, por isso, suas dimensões em planta também sofrem limitação. Esta situação é contornada pela introdução de vigas, comumente em duas direções ortogonais, que criam painéis de laje menores e constituem apoios intermediários para a laje maior. O conjunto de painéis de laje e de vigas representa estrutura de cada pavimento.

A transmissão das cargas verticais dos vários pavimentos até o solo se faz através dos pilares ao longo da altura da edificação e dos elementos de fundação que recebem os pilares, como são as estacas, os tubulões, as sapatas ou os radiers.

As forças horizontais, como a ação do vento, impacto, empuxos, aceleração e desaceleração de cargas móveis e outras ações, são transmitidas ao solo pelos mesmos elementos que transmitem as forças verticais. Entretanto, alguns outros elementos podem ser necessários na composição da estrutura para diminuir a sua deslocabilidade como todo e garantir a estabilidade global.

Outras estruturas menores complementam a estrutura principal dos edifícios, como escadas e reservatórios. Dependendo da situação, essas estruturas complementares podem ou não participar da resistência às forças horizontais e da estabilidade global da estrutura principal.

## 1.2 - Análise sucinta das estruturas de edifícios

Para resistir as forças verticais e forças horizontais a que os edifícios estão sujeitos, as suas estruturas são constituídas basicamente pelos seguintes elementos que formam os sistemas estruturais:

- a) Pórticos;
- b) Pilares parede;
- c) Tubos.

Os sistemas estruturais feitos de concreto armado constituem-se de um ou mais desses elementos básicos associados em série ou em paralelo.

a) Pórticos:

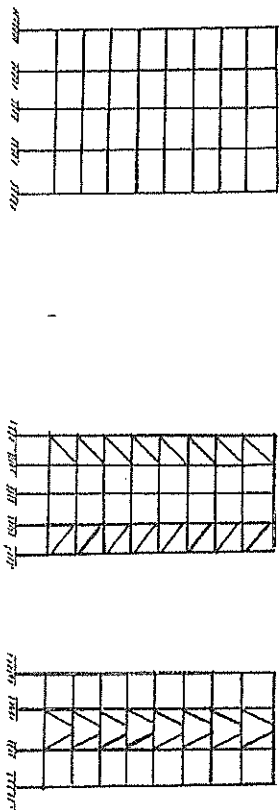


Figura 1.1 - Sistemas estruturais compostos por pórticos

Para edifícios altos, no entanto, quando o pórtico sozinho não é suficiente e econômico para resistir as forças verticais e as forças horizontais, outros elementos são incorporados à estrutura, como os pilares parede ou os tubos.

b) Pilares parede

Em edifícios altos, residenciais ou comerciais, a estabilidade lateral é oferecida por paredes de concreto armado situadas no contorno das caixas de escadas e de elevadores, ou ainda, nas fachadas do edifício. Essas paredes funcionam como balanços engastados na fundação para resistir as forças horizontais do vento. São associadas entre si ou com pórticos, em série ou em paralelo, como mostra a Figura 1.2.

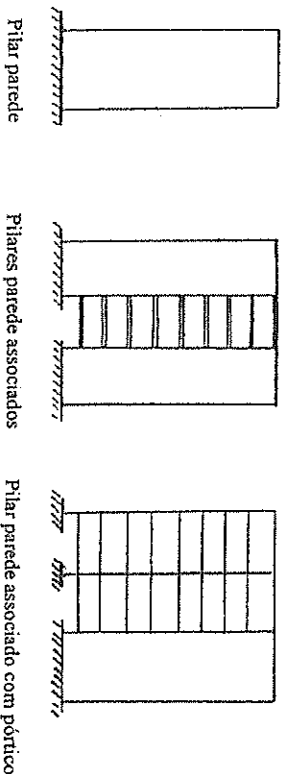


Figura 1.2 - Sistemas estruturais compostos por pilares parede e pórticos associados

Os pilares parede podem ter ou não aberturas. Estas geralmente se situam numa fila vertical ao longo da altura e a conexão entre as partes da parede separadas pelas aberturas é feita através de vigas, denominadas *frânsis*, ou pelas lajes do piso, como mostra a Figura 1.3.

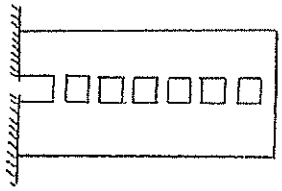


Figura 1.3 – Pilar parede com aberturas

A Figura 1.4 mostra alguns pavimentos de estruturas com pilares parede e pórticos associados.

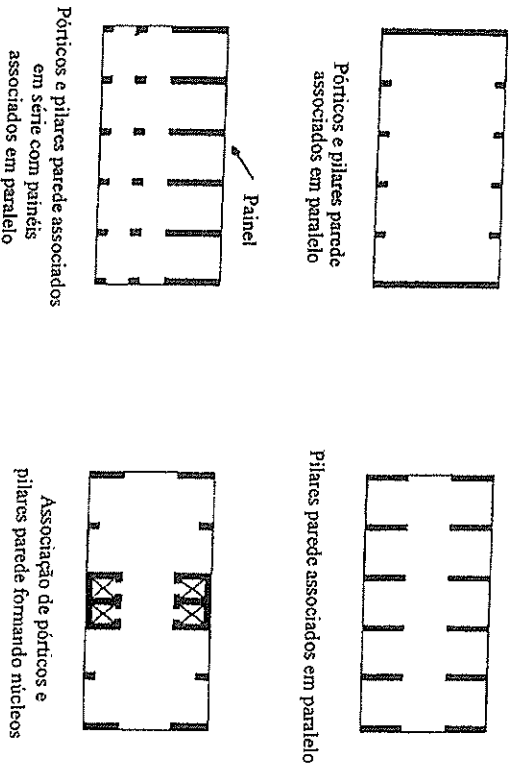
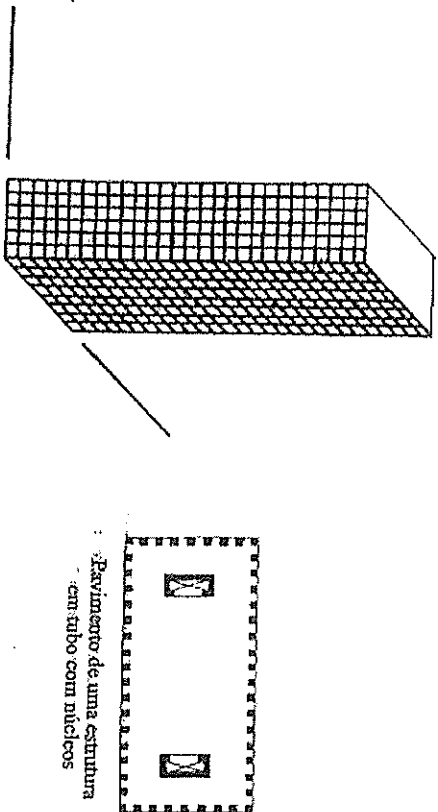


Figura 1.4 – Sistemas estruturais com pilares parede e pórticos associados

c) Tubos

Estes elementos compõem-se de um grande número de pilares situados externamente com pequeno afastamento entre si (1,50 m a 3,00 m) ligados por vigas relativamente altas (0,60 m a 1,20 m) e largas (0,25 m a 1,00 m), assemelhando-se a um tubo, como mostra a Figura 1.5.



Elevação do sistema em tubo

Figura 1.5 – Sistema estrutural em tubo

Os elementos básicos, vistos em a), b) e c), empregados isoladamente ou em associação com os outros, podem compor os seguintes sistemas estruturais:

- Pórticos;
- Pilares parede;
- Pórticos e pilares parede associados;
- Tubo e pilares parede associados;
- Tubo em tubo.

As Figuras 1.6 e 1.7 mostram esquemas de pavimentos de algumas estruturas com os elementos associados.

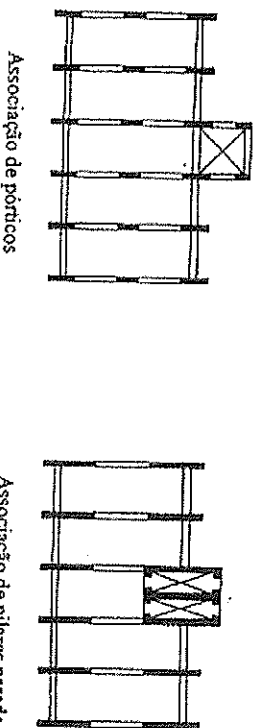
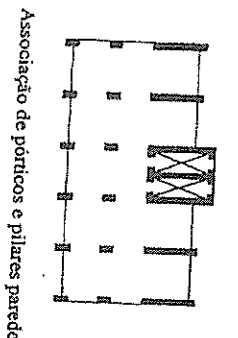
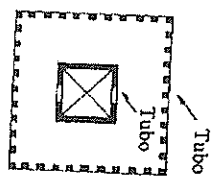


Figura 1.6 – Sistemas estruturais com elementos associados



Associação de pórticos e pilares parede



Associação de tubo com tubo

Figura 1.7 - Sistemas estruturais com elementos associados

Em geral, à medida que a altura de um edifício aumenta, um ponto é alcançado além do qual é a estabilidade lateral e não a resistência sob força horizontal que orienta o projeto da estrutura. Este ponto, em termos de altura ou de número de andares do edifício, depende da categoria do sistema estrutural escolhido. O sistema estrutural mais adequado é aquele que exige aumento das dimensões dos seus componentes além do necessário para resistir as cargas verticais. Isto é, uma estrutura para resistir as forças verticais sem fins pela sua altura.

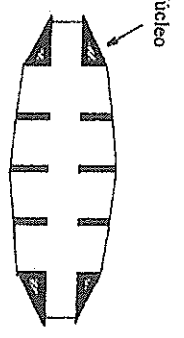
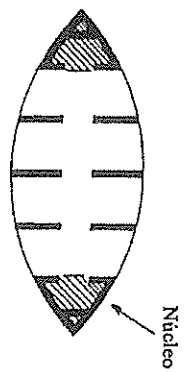
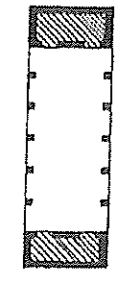
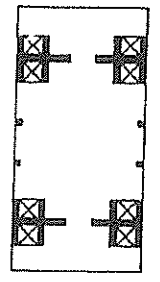
A tabela seguinte relaciona os sistemas estruturais mais adequados de acordo com o tipo de edifício e o número de andares.

SISTEMA ESTRUTURAL	NÚMERO DE ANDARES	
	Edifícios de escritórios	Edifícios de apartamentos
Pórtico	até 15	até 20
Pilar parede com aberturas	até 20	até 40
Tubo	até 40	até 60
Pórtico e pilar parede	até 40	até 70
Tubo em tubo	até 80	até 100

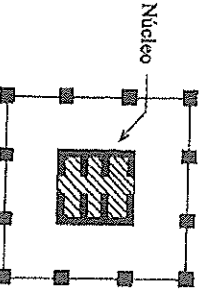
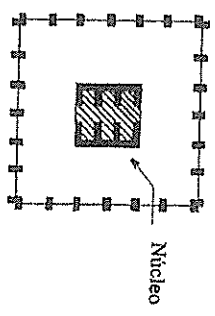
A Figura 1.8 mostra esquemas de pavimentos de algumas estruturas de edifícios de concreto armado, indicando as posições dos núcleos (áreas hachuradas) onde concentram-se caixas de escadas, caixas de elevadores, sanitários e onde localizam-se os condutores de água, esgoto, eletricidade, ar condicionado, etc. que servem os andares. A concentração dessas instalações em núcleos como esses oferece a vantagem de se dispor de espaço livre e flexibilidade para divisões internas nos pavimentos, o que é desejável geralmente em edifícios comerciais. Esses núcleos são resultantes da união de pilares parede orientados em planos diferentes e podem ou não ter aberturas.

Um outro sistema estrutural a ser destacado é aquele empregado em edifícios suspensos. Neste caso o elemento portante do edifício é constituído por um núcleo central em forma de torre de concreto que suporta as cargas verticais dos pavimentos e a força horizontal do vento. Como mostra a Figura 1.9, os pavimentos são construídos no nível do solo, na base da torre, e montados de cima para baixo.

A Figura 1.10 mostra esquemas de pavimentos de alguns edifícios indicando as diferentes localizações do núcleo



Pavimentos com núcleos laterais



Pavimentos com núcleos centrais

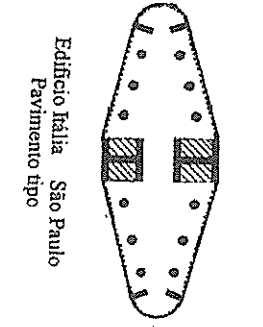
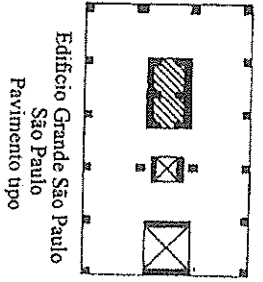


Figura 1.8 - Esquemas de pavimentos de alguns edifícios com estrutura de concreto

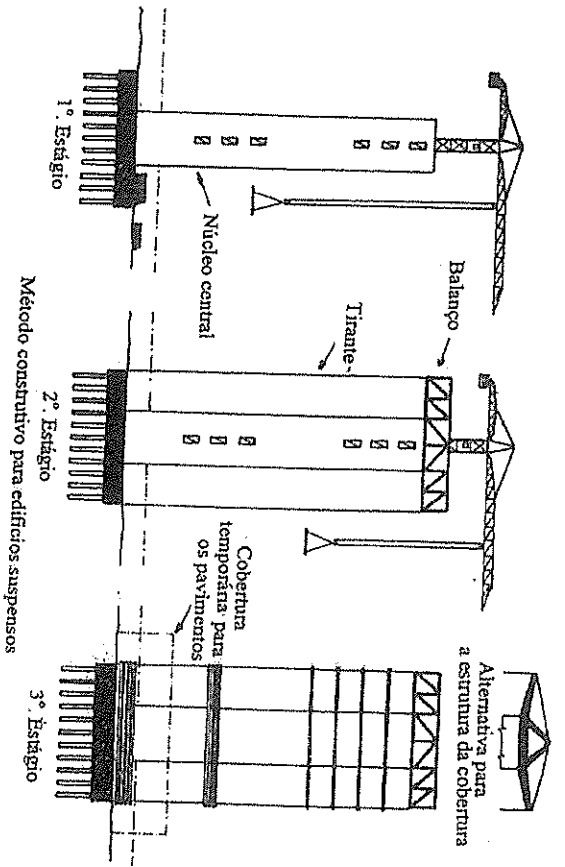
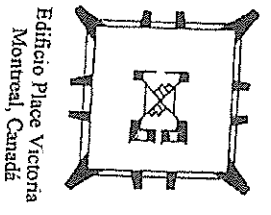
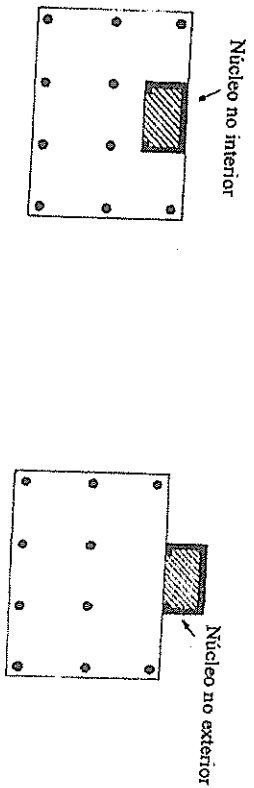
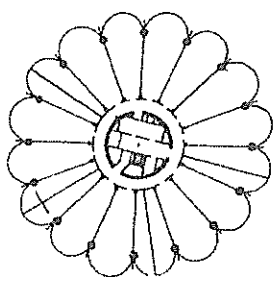


Figura 1.9 – Estrutura de um edifício suspenso



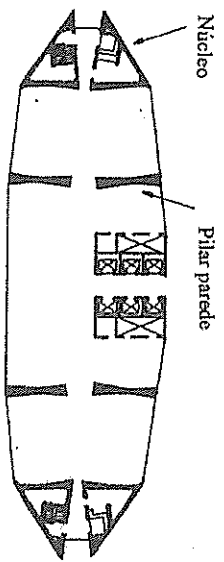
Edifício Place Victoria  
Montreal, Canadá



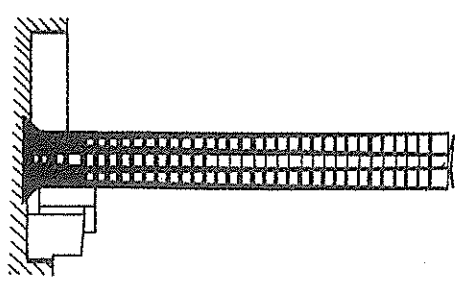
Edifício Marina City, Chicago  
Duas torres gêmeas

Figura 1.10 - Pavimentos de alguns edifícios com diferentes localizações do núcleo

A Figura 1.11 apresenta a estrutura do Edifício Pirelli em Milão, cujo projeto é de Gio Ponti e Pier Luigi Nervi. Este edifício de 127 m de altura e 32 pavimentos foi um dos primeiros na década de 50 a ter pilares parede em combinação com dois núcleos laterais para resistir forças horizontais. A estabilidade da estrutura foi conseguida concentrando as cargas verticais em pilares parede e núcleos laterais que suportam as lajes de 18 m por 71 m em seus eixos de simetria. A espessura dos pilares parede e das lajes que os unem diminuem da base para o topo do edifício. Para verificar os cálculos estruturais foi construído e ensaiado um modelo reduzido do edifício na escala 1:15.



Pavimento tipo



Corte vertical

Figura 1.11 – Estrutura do Edifício Pirelli, Milão, Itália

## 2 - CRITÉRIOS DE PROJETO E DESENHO DE FÔRMAS NAS ESTRUTURAS USUAIS DE CONCRETO

Depois da coleta de dados sobre os materiais e técnicas que serão utilizados na construção de uma edificação, sobre o solo onde ela se apoiará, sobre o uso a que ela se destina, sobre as ações que atuarão sobre ela e de posse do projeto arquitetônico, o projeto da sua estrutura se inicia pelo desenho das fôrmas.

Os desenhos de fôrmas são aqueles desenhos que representam em planta, cortes e detalhes as formas e dimensões de uma estrutura e de todos os elementos que a constituem. A forma de um pavimento representa a sua estrutura como é vista olhando de baixo para cima. Excções são escadas e fundações cujas estruturas são representadas em vista superior.

A concepção da estrutura se inicia pelo pavimento-tipo e depois se estende aos demais pavimentos, cobertura, terreno e subsolo. Para essa finalidade, existem algumas regras e critérios que devem ser seguidos durante o projeto.

### 2.1 - Critérios de projeto e desenho de fôrmas

A concepção da estrutura se inicia pelo pavimento-tipo e depois se estende aos demais pavimentos. Pavimento-tipo é aquele que se repete várias vezes na estrutura como um todo. Entre as regras e os critérios principais que devem ser seguidos durante o projeto estão os que se apresentam neste capítulo.

1- Sobre a planta arquitetônica do pavimento-tipo, colocar uma folha de papel vegetal. É preferível a planta de execução em escala 1:50 por apresentar mais detalhes da arquitetura.

2- Reproduzir as paredes nas posições em que elas se encontram. Com essa operação estarão sendo posicionadas as vigas que ficarão embutidas nas paredes.

- A largura a ser escolhida para as vigas depende da espessura das paredes e da largura dos elementos de alvenaria.
- Os blocos cerâmicos furados para alvenaria, que são normalizados pela NBR-8042, possuem largura nominal de 10cm, 12 cm, 15 cm e 20 cm (largura real de 9 cm, 11,5 cm, 14 cm e 19 cm).
- Os blocos vazados de concreto simples para alvenaria sem função estrutural, que são normalizados pela NBR-7173, possuem largura nominal de 10cm, 15 cm e 20 cm (largura real de 9 cm, 14 cm e 19 cm), mas são fabricados também blocos com largura nominal de 12 cm (largura real de 11,5 cm).
- Os tijolos maciços de cerâmica para alvenaria, que são normalizados pela NBR-8041, possuem largura nominal de 9 cm (largura real variando de 9 cm a 10 cm).
- O revestimento das paredes de blocos ou tijolos de cerâmica, constituído por chapisco, massa grossa e massa fina, tem aproximadamente 1,5 cm de espessura. O revestimento das paredes de blocos de concreto, constituído só por massa fina tem aproximadamente 0,5 cm de espessura.
- A largura mínima das vigas permitida pela NBR-6118 é 12 cm, que tolera até 10 cm.
- Vigas com largura de 12 ou 14 cm ficam embutidas em paredes internas que terão espessura nominal de 15 cm depois de revestidas (real de 13 a 15 cm dependendo do bloco usado).
- Vigas com largura de 19 cm ou 20 cm ficam embutidas em paredes externas que terão espessura nominal de 25 cm depois de revestidas (real de 22 a 23 cm).

- Vão de fôrma é a distância medida perpendicularmente às faces de duas vigas.
- No caso de vigas embutidas em paredes e com largura igual à espessura da alvenaria, o vão de fôrma  $l_f$  deverá ser calculado em função da distância  $l_e$  entre os eixos das paredes e da espessura  $b_a$  das alvenarias, como mostra a Figura 2.1:

$$l_f = l_e - 0,5b_{a1} - 0,5b_{a2}$$

$$l_f = l_e - b_a \quad \text{quando } b_{a1} = b_{a2}$$

- No caso de vigas embutidas em paredes e com largura adotada menor que a espessura da alvenaria, o vão de fôrma  $l_f$  deverá ser calculado em função da distância  $l_e$  entre os eixos das paredes e da espessura  $b_w$  das vigas, como mostra a Figura 2.1:

$$l_f = l_e - 0,5b_{w1} - 0,5b_{w2}$$

$$l_f = l_e - b_w \quad \text{quando } b_{w1} = b_{w2}$$

- Na determinação dos vãos de fôrma, é preciso atenção aos casos que fôrem dessas regras como, por exemplo, o caso do parágrafo seguinte ou quando por imposição da arquitetura, as vigas devam ser aparentes ou salientes nas paredes ou, ao contrário, as paredes devam avançar além das vigas.

- É possível usar viga com 10 ou 12 cm de largura, embutida em parede com 25 cm de espessura nominal, com as suas faces coincidentes em um dos lados, com a finalidade de também embutir na parede colunas das instalações hidráulicas no espaço de 10 cm que fica no outro lado até a outra face da parede. Isto pode evitar que essas colunas tenham que atravessar a viga na sua altura (o que não é bom porque reduz a sua largura e interfere com a armadura da viga) ou ficar salientes na parede quando a viga tiver 19 ou 20 cm de largura. A Figura 2.1 também ilustra este procedimento.

- As vigas embutidas nas paredes não ficarão visíveis no teto do andar de baixo.

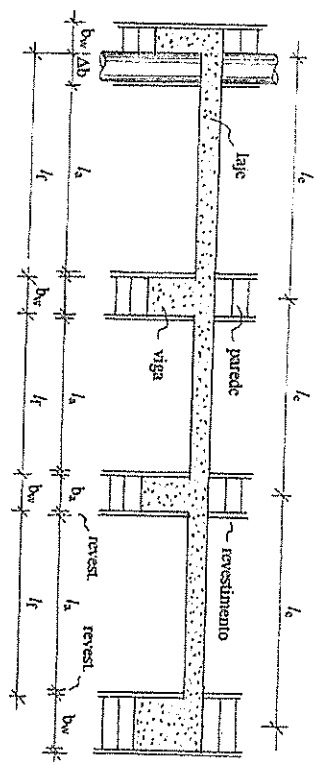


Figura 2.1 - Vão de fôrma

- 3- Durante a operação indicada no item anterior, também estarão sendo criadas as lajes que se apoiarão nas vigas.
- 4- Evitar vigas desnecessárias.

- Se o número de lajes estiver exagerado ou se estiverem sendo criadas lajes pequenas vizinhas de lajes muito maiores, é conveniente rever o posicionamento das vigas que ficarão embutidas nas paredes.

- Algumas vigas devem ser eliminadas da solução inicial, diminuindo o número de lajes ou aumentando o tamanho das lajes que eram pequenas. Assim feito, algumas das paredes ficarão apoiadas sobre lajes. Isto é perfeitamente possível desde que as lajes não sejam muito grandes.

#### 5- Acrescentar mais vigas quando forem necessárias.

- Depois de terem sido seguidas as recomendações apresentadas até aqui, eventualmente algumas lajes podem ter ficado com suas dimensões muito grandes. Neste caso, é conveniente rever a solução para essas lajes.

- Em edifícios residenciais ou comerciais com lajes maciças é preferível acrescentar uma ou mais vigas para dividir a laje grande em lajes menores. Essas novas vigas ficarão apoiadas no teto do andar de baixo.

- É possível, ainda, adotar outras soluções para essa laje grande, como as que são comuns em edifícios comerciais ou de escritórios:

- Laje nervurada, em que as nervuras podem ficar aparentes no teto do andar de baixo, ser escondidas por forro falso de gesso ou por placas de elementos intercalados com as nervuras de modo a permitir que a face inferior fique lisa, ou

- Laje dupla, constituída por laje superior apoiada sobre nervuras escondidas por outra laje inferior.

6- Uma vez definidas as lajes e vigas da estrutura do pavimento-tipo, repete-se o mesmo procedimento para os outros pavimentos, cobertura, térreo e garagens.

7- Quando não se tratar de pavimento-tipo e não houver coincidência de posições de embutidas nas paredes do inferior é preciso que o posicionamento das vigas do superior fiquem acompanhe o posicionamento das paredes do pavimento inferior.

8- Depois que as estruturas dos pavimentos estiverem definidas, faz-se o posicionamento dos pilares.

#### 9- Os pontos onde devem existir pilares são:

- Cs cantos salientes e reentrantes da estrutura vista em planta;
- O contorno da caixa de escadas (pelo menos dois pilares dependendo da posição do tipo de escada);
- O contorno da caixa de elevadores (os pilares não podem ser salientes na face interna das paredes da caixa dos elevadores);
- os encontros ou cruzamentos de vigas (sempre que possível);
- ao longo das vigas, em posições que não sejam as enumeradas acima, com a finalidade de diminuir os vãos.

#### 10- Atenção especial deve ser dada ao posicionamento dos pilares.

- As posições dos pilares, em princípio, devem atender a estrutura do pavimento-tipo.

- No entanto, é preciso verificar com cuidado se as posições definidas em função da circulação nos outros pavimentos, inclusive as garagens. Caso isto aconteça, a solução inicial deve ser revista até que se chegue a uma solução que atenda à utilização de todos pavimentos do edifício ao mesmo tempo sem interferências.

- Uma solução extrema é a transição dos pilares realizada por vigas de grande rigidez que suportam os pilares que estão situados acima delas e não têm continuidade com os que estão abaixo delas. Neste caso, as posições dos pilares superiores são mantidas enquanto elas atenderem as necessidades daqueles pavimentos por onde eles passam. Num dado pavimento, abaixo do qual alguns pilares causariam interferências, são introduzidas vigas de grande rigidez, denominadas vigas de transição, e alguns pilares que continuariam até a fundação poderão ser eliminados ou mudados para outras posições. Esta solução é bastante cara e só é utilizada em estruturas especiais encontradas em edifícios que comportam ambientes destinados a modalidades de uso diferentes ou quando se desejam grandes espaços livres nos andares inferiores.

11- As operações descritas aqui ficam bastante facilitadas com o emprego de computador e Auto-CAD.

## 2.2 - Outras orientações para projeto

### 2.2.1 - Lajes maciças

As espessuras mínimas das lajes maciças são:

- 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- 7 cm para lajes de piso e lajes em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos com peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos com peso total maior que 30 kN;

As lajes maciças não devem ter lados maiores que 8,00 m aproximadamente. Lajes maciças com lados maiores que 6,00 m exigem espessura maior que 20 cm tomando seu emprego inviável: peso próprio muito grande em comparação com a carga de utilização e uso mal feito do concreto porque o seu maior volume se encontra na região tracionada onde sua resistência à tração será desprezada. Pode-se tomar 20 cm como a maior espessura viável para as lajes maciças. Quando essa recomendação não puder ser atendida, adotar outra solução, como a laje nervurada ou a laje dupla.

### 2.2.2 - Lajes nervuradas

Lajes nervuradas são aquelas cuja zona de tração é constituída por nervuras de concreto entre as quais podem ser postos materiais inertes de modo a tornar plana a superfície externa.

As nervuras podem ser moldadas no local ou pré-moldadas. As lajes com nervuras moldadas no local devem atender as exigências da NBR-6118. As lajes com nervuras pré-moldadas devem atender adicionalmente as prescrições das normas NBR-14859-1 e NBR-14859-2.

As espessuras mínimas são as mesmas indicadas para as lajes maciças, devendo ser obedecidas outras condições de projeto e execução indicadas pelas normas citadas.

### 2.2.3 - Lajes duplas

A laje dupla é um sistema estrutural constituído por uma laje nervurada cujas nervuras unem a laje superior a uma laje inferior. A laje dupla deve atender as exigências da NBR-6118.

### 2.2.4 - Vigas

A largura  $b_v$  mínima permitida para as vigas, conforme a NBR-6118, é 12 cm. Esse limite pode ser reduzido para 10 cm, desde que sejam estudados com detalhes o alojamento das armaduras e sua interferência com as armaduras dos outros elementos estruturais.

a) Largura  $b_w$  de vigas embutidas em paredes de blocos cerâmicos furados:

$b_w = 10$  cm em paredes de blocos cerâmicos com 9 cm de largura

$b_w = 12$  cm em paredes internas de blocos cerâmicos com 9 cm ou 11,5 cm de largura que terão 15 cm de espessura nominal depois de revestidas (real de 12 a 15 cm)

$b_w = 14$  cm em paredes externas de blocos cerâmicos com 11,5 cm ou 14 cm de largura que terão 15 cm de espessura nominal depois de revestidas

$b_w = 19$  cm ou 20 cm em paredes externas de blocos cerâmicos com 19 cm de largura que terão 25 cm de espessura nominal depois de revestidas (real de 22 a 23 cm)

b) Largura  $b_w$  de vigas embutidas em paredes de tijolos de cerâmica maciços:

$b_w = 10$  cm em paredes de tijolos com 9 cm de largura

$b_w = 19$  cm ou 20 cm em paredes de tijolos usados com 19 cm na largura

c) Largura  $b_w$  de vigas embutidas em paredes de blocos de concreto vazados:

depois de revestidas  $b_w = 14$  cm em paredes de blocos com 14 cm de largura que terão 15 cm de espessura

depois de revestidas  $b_w = 19$  cm em paredes de blocos com 19 cm de largura que terão 20 cm de espessura

A altura  $h$  das vigas depende do vão e da carga sobre elas. Pode-se tomar:

$h = 1/12$  a  $1/8$  do vão em geral

$h = 1/15$  a  $1/12$  do vão no caso de vigas pouco carregadas

## 2.2.5 - Pilares

Distância mínima entre pilares: 2,00 m aproximadamente (por várias razões).

Distância máxima entre pilares: 6,00 m aproximadamente (para evitar vigas muito altas).

A menor dimensão da seção transversal dos pilares, conforme a NBR-6118, não deve ser menor que 19 cm. Pode-se aceitar dimensões entre 19 cm e 12 cm, desde que as ações a serem consideradas no dimensionamento sejam multiplicadas por um coeficiente adicional  $\gamma_n > 1$ . Em qualquer caso, não é permitido pilar com seção transversal de área inferior a 350 cm<sup>2</sup>.

Pilares com seção retangular com dimensões  $a \geq b$  embutidos em paredes:

$b = 12$  cm em paredes de blocos cerâmicos com 9 cm ou 11,5 cm de espessura (\*)

$b = 19$  cm ou 20 cm em paredes de blocos cerâmicos com 19 cm de espessura

$b = 14$  cm em paredes de blocos de concreto com 14 cm de espessura (\*)

$b = 19$  cm em paredes de blocos de concreto com 19 cm de espessura

(\*) Nestes casos o coeficiente adicional  $\gamma_n$  deverá ser aplicado.  
Para um pré-dimensionamento dos pilares, as dimensões da sua seção transversal podem ser estimadas de modo que, para as cargas acumuladas em serviço, a tensão média na seção só de concreto não ultrapasse 10 MPa nos pilares não sujeitos a flexão e 8 MPa nos pilares sujeitos a flexão. Assim, para uma estimativa da área  $A_c$  da seção transversal dos pilares, pode-se aplicar as expressões:

$A_c$  (cm<sup>2</sup>)  $\geq 1,00 \cdot F(KN)$  quando não há flexão

$A_c$  (cm<sup>2</sup>)  $\geq 1,25 \cdot F(KN)$  quando há flexão

onde a carga acumulada  $F(KN)$  nos pilares, em serviço, pode ser estimada por processos aproximados como o processo das áreas de influência dos pilares ou o processo das áreas de influência das vigas.

Nesse pré-dimensionamento pode-se admitir como carga total distribuída em serviço por andar:

$p = 10$  a  $12$  kN/m<sup>2</sup> pisos de edifícios residenciais e comerciais

$p = 7$  a  $9$  kN/m<sup>2</sup> cobertura

$p = 4$  a  $6$  kN/m<sup>2</sup> térreo

a) Processo das áreas de influência dos pilares:

- considerem-se, no desenho de forma do pavimento, as direções longitudinal e transversal da estrutura;
- considerem-se os eixos que passam pelos centros das seções dos pilares, segundo essas duas direções;
- nas metades das distâncias entre esses eixos, traçam-se segmentos que se cruzam nas direções longitudinal e transversal;
- a área de influência de cada pilar é aquela do triângulo, delimitado por esses segmentos que, nesse desenho de forma, envolve cada pilar.
- em cada andar, a carga  $F$  transmitida ao pilar de interesse é o produto da área do respectivo triângulo pela carga  $p$  suposta uniformemente distribuída nesse andar.
- este processo é mais adequado para estruturas com forma regular, com lajes de dimensões não muito diferentes entre si, sem vigas ou lajes com balanço; sem vigas apoiadas em pilares alinhados e com espaçamentos entre eles também não muito diferentes como, por exemplo, uma estrutura modular.

A Figura 2.2 mostra a delimitação das áreas de influência dos pilares no pavimento de uma estrutura.

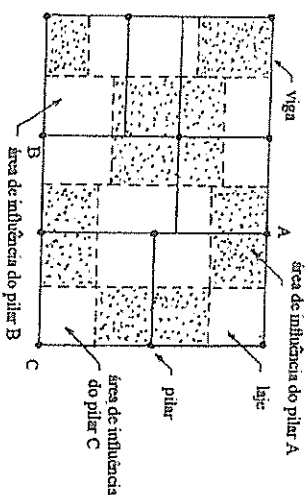


Figura 2.2 – Esquema da estrutura de um pavimento e as áreas de influência dos pilares

b) Processo das áreas de influência das vigas:

- as áreas de influência das vigas resultam da composição das áreas de influência de cada um dos apoios das lajes para onde fluem as cargas (como se fosse um telhado);
- as áreas de influência dos apoios de uma laje são triângulos e trapézios, definidos no plano da laje, cujos formatos se baseiam na configuração das linhas de ruptura das lajes;
- nos cantos a 90° onde duas bordas apoiadas se encontram, as linhas de ruptura partem dos cantos formando ângulo de 45° com as bordas e criam triângulos e trapézios no plano da laje.



- numa borda livre a linha de ruptura chega a 90°, partindo do vértice de um triângulo formado pelas outras linhas de ruptura;

- a carga transmitida por uma laje a uma das vigas que lhe dão apoio é obtida multiplicando a área de influência dessa apoio pela carga p suposta uniformemente distribuída nesse andar e dividindo esse produto pelo comprimento do lado da laje;

- a carga que a viga recebe é a soma das contribuições das lajes existentes em cada um dos seus lados;

- em cada andar, a carga F transmitida a cada um dos pilares sobre os quais se apoia a viga em questão é a respectiva reação de apoio determinada como se a viga não tivesse continuidade e seus tramos fossem simplesmente apoiados;

- este processo é mais preciso que o processo anterior e fornece resultados melhores quando se consideram, nos tramos extremos, 40% da carga total no tramo transmitidos para o pilar externo e 60% da carga total no tramo transmitidos para o pilar interno.

A Figura 2.3 mostra a delimitação das áreas de influência das vigas no pavimento de uma estrutura.

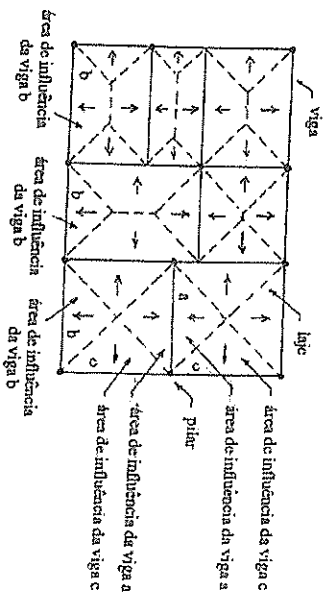


Figura 2.3 – Esquema da estrutura de um pavimento e as áreas de influência das vigas

Esses dois processos só são usados para uma estimativa das cargas nos pilares, permitindo o dimensionamento das fundações com certa folga antecipadamente, e para uma primeira definição das dimensões dos pilares para o cálculo da estrutura. O resultado mais próximo do real só será conhecido depois do dimensionamento das lajes e vigas quando no cálculo dos pilares forem usadas as suas dimensões definitivas.

### 2.3 - Apresentação dos desenhos de formas

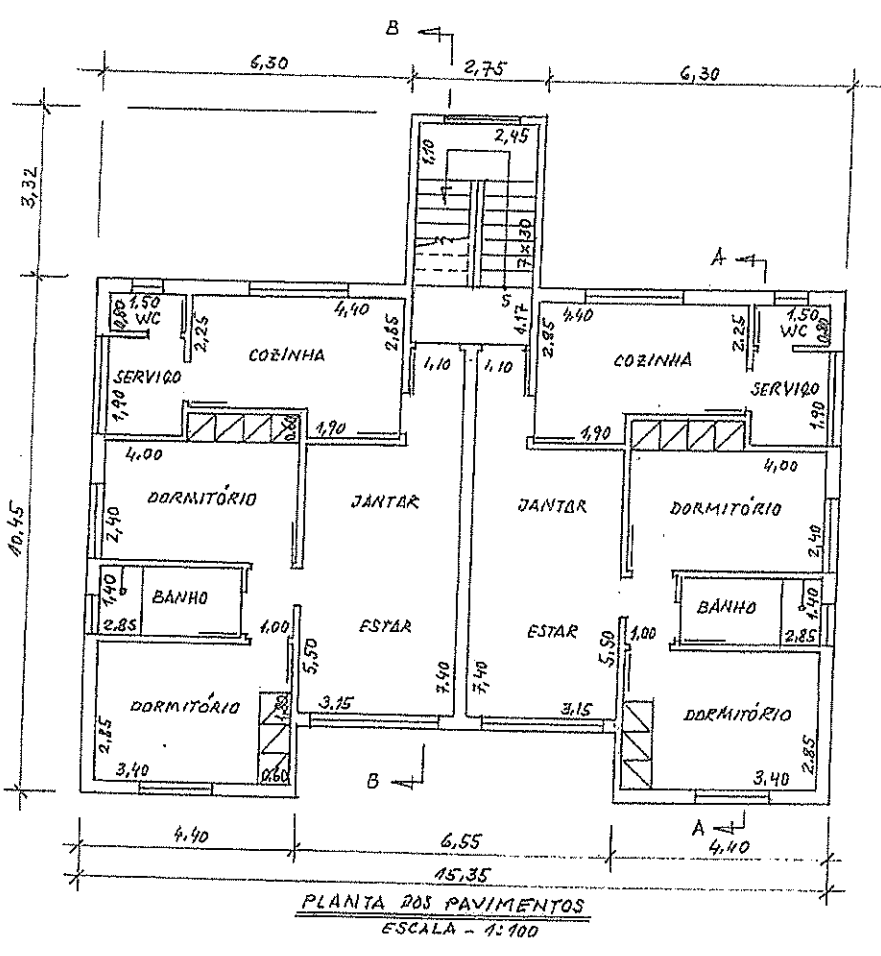
Os desenhos de formas possuem uma apresentação padronizada que pode sofrer algumas variações gráficas sem alterar praticamente as informações que devem ser transmitidas.

A Figura 2.4 mostra a planta de arquitetura de um pavimento.

Regra 1: A firma de um pavimento representa a sua estrutura como ela é vista por um observador olhando para ela de baixo para cima. Exceções a essa regra são escadas e fundações cujas estruturas são representadas em vista superior.

- As arestas visíveis são representadas em traço contínuo e as arestas invisíveis são representadas em traço interrompido.

- As lajes rebaxadas devem ter sua área sombreada ou hachurada para destacar a diferença de nível em relação às outras do nível predominante.



PLANTA DOS PAVIMENTOS  
ESCALA - 1:100

Figura 2.4 – Planta de arquitetura de um pavimento

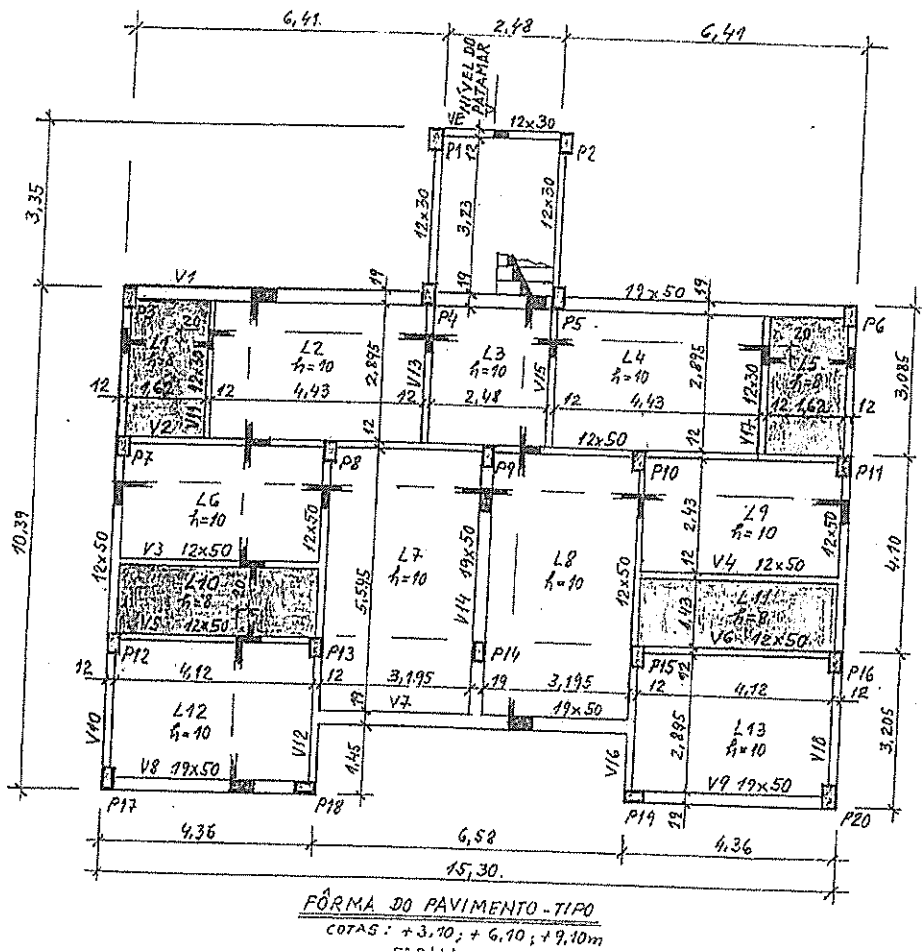


Figura 2.5 - Desenho de fôrma da estrutura de um pavimento

Regra 2: Para visualizar a fôrma de uma estrutura, escrever, ler e interpretar o desenho de fôrma, o observador se coloca de frente para o desenho e olha esse desenho da frente para o fundo e, ao mesmo tempo, também se coloca à direita do desenho olhando da direita para a esquerda da posição que ocupava antes (como se estivesse olhando de uma nova frente para um novo fundo).

- Os cortes longitudinais são vistos da frente para o fundo do desenho e o plano vertical de corte é rebatido sobre o plano horizontal do desenho, tombando a parte alta do corte em direção à parte de cima do desenho. No corte rebatido sobre o plano horizontal, a parte mais acima é a parte mais alta na estrutura do pavimento.

- Os cortes transversais são vistos da direita para a esquerda do desenho e o plano vertical de corte é rebatido sobre o plano horizontal do desenho, tombando a parte alta do corte em direção à parte esquerda do desenho. No corte rebatido sobre o plano horizontal, a parte mais à esquerda é a parte mais alta na estrutura do pavimento.

- Os cortes devem ser sombreados para se destacarem no desenho e não precisam ser completos, bastando representar as regiões de ligação das vigas com as lajes adjacentes.

Os elementos que compõem a estrutura devem receber identidade.

### 2.3.1 - Pilares

- Os pilares são identificados pela letra P e são numerados sequencialmente da esquerda para a direita e de cima para baixo no desenho de fôrma: P1, P2, ... assim por diante e escritos à direita e abaixo da seção de cada pilar.

- Quando as dimensões das seções dos pilares forem constantes ao longo da altura do edifício, elas podem ser indicadas, em centímetros, na fôrma do pavimento: P1(20x30), P2(20x40), ... ou P1(20/30), P2(20/40), ... assim por diante.

- Quando as dimensões das seções dos pilares puderem variar ao longo da altura do edifício, elas devem ser indicadas, para cada pilar e cada andar, num quadro na mesma folha do desenho de fôrma do pavimento-tipo e o sentido de crescimento e os pontos fixos da seção de cada pilar devem ser indicados na fôrma com o símbolo gráfico convencional correspondente.

- As distâncias entre as faces fixas das seções devem ser indicadas na fôrma em planta.

### 2.3.2 - Vigas

- As vigas são identificadas pela letra V e numeradas sequencialmente. As longitudinais são numeradas da esquerda para a direita e de cima para baixo no desenho de fôrma. As transversais são numeradas de baixo para cima e da esquerda para a direita do desenho (como se o observador se colocasse à direita olhando para a esquerda, seguindo a regra 2, e repetisse o critério de numeração das vigas longitudinais). Primeiro, são numeradas as vigas longitudinais e na sequência as vigas transversais: V1, V2, ... assim por diante escritos sobre as vigas, seguindo a regra 2.

- As dimensões das seções das vigas são indicadas, em centímetros, entre parêntesis em seguida ao seu número: V1(20x40), V2(12x50), ... ou V1(20/40), V2(12/50), ... assim por diante, sendo a primeira a largura e a segunda a altura.

- Um outro sistema de numeração das vigas adota a dezena para indicar o número da viga e a centena ou o milhar para indicar o pavimento a que ela pertence: V413(12x50) é a viga 13 do 4.º pavimento e V1205(12x40) é a viga 5 do 12.º pavimento. Em alguns casos é bom, mas em outros não pois pode gerar confusão.

- Vigas que pertencem ao mesmo pavimento e formam ângulo  $\leq 45^\circ$  com a direção longitudinal são numeradas na seqüência das longitudinais.

- Vigas que pertencem ao mesmo pavimento e formam ângulo  $> 45^\circ$  com a direção longitudinal são numeradas na seqüência das transversais.

- Vigas que apoiam escadas e muitas vezes estão entre dois pavimentos recebem identificação e numeração próprias: VE1(12x40), VE2(12x40) ... onde VE significa viga de escada.

- Nas vigas contínuas que sofrem mudança de seção transversal, pode ser feita distinção entre os trechos com seções diferentes acrescentando as letras a, b, ... depois do seu número: V4-a(12x40) e V4-b(12x50) ... assim por diante.

- As larguras das vigas e as distâncias entre as faces das vigas que são paralelas devem ser indicadas no desenho de forma na mesma linha de cotas, definindo as dimensões das lajes.

### 2.3.3 - Lajes

- As lajes são identificadas pela letra L e numeradas seqüencialmente da esquerda para a direita e de cima para baixo no desenho de forma: L1, L2, ... assim por diante, escritos na região central da laje livre de outras anotações. A numeração por dezena combinada com centena e milhar, como nas vigas, pode ser usada.

- As espessuras das lajes são indicadas, em centímetros, logo abaixo da sua identificação: h = 10 abaixo de L8, h = 8 abaixo de L15, ... assim por diante.

- Os rebalços de lajes são indicados, em centímetros, nos cortes através de cota ou abaixo da indicação da espessura da laje precedidos do sinal negativo: - 20 abaixo de h = 10 que está abaixo de L8, - 20 abaixo de h = 8 que está abaixo de L12, ... assim por diante.

### 2.3.4 - Outras partes da estrutura

**ESCADAS:** As escadas possuem desenhos de forma próprios onde elas e suas vigas de apoio são representadas em vista superior e cortes. Muitas vezes a forma e as armaduras das vigas de uma escada se juntam num só desenho de forma e as armaduras das vigas.

**RESERVATÓRIOS:** Os reservatórios possuem desenhos de forma próprios onde são representados em vista superior, vistas laterais e cortes. Muitas vezes a forma e as armaduras da tampa, paredes e fundo se juntam num só desenho de formas e armaduras.

**FUNDAÇÃO:** A fundação tem desenho de forma próprio onde é representada em vista superior.

- As vigas baldrame são representadas como as vigas e identificadas por VB e sua numeração segue o critério das vigas: VB1(20x40), VB2(20x50), ... assim por diante.

- As sapatas são identificadas pela letra S e os blocos pela letra B. A sua numeração segue a dos pilares: S1, S2, ... , B1, B2, ... assim por diante. São representados em planta junto com os baldramas e em cortes para indicação de outros detalhes. Muitas vezes os cortes já trazem as armaduras.

- Quando a fundação for sobre estacas deverá haver um desenho de locação das estacas indicando as posições dos seus centros em relação aos eixos dos baldramas. Nesse caso, é comum o uso de símbolos gráficos para identificar estacas de capacidades de carga diferentes.

As orientações apresentadas nas páginas e figuras que se seguem neste item reforçam e complementam aquelas vistas até aqui. A Figura 2.6 apresenta a aplicação do processo das áreas de influência dos pilares para estimativa de carga nos pilares da estrutura apresentada na Figura 2.5.

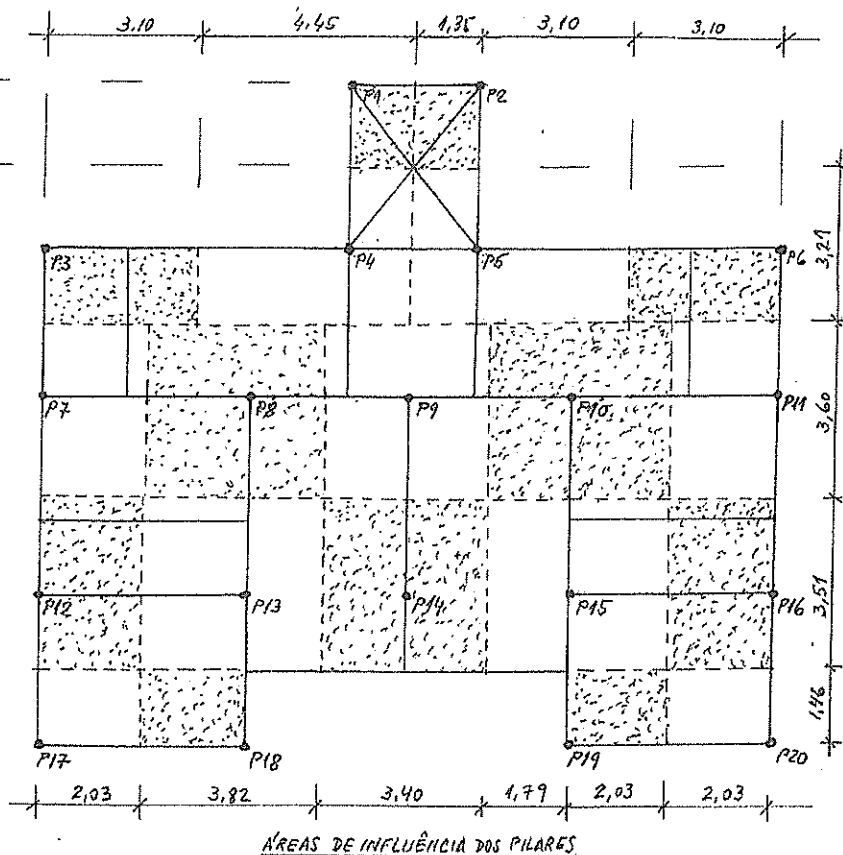
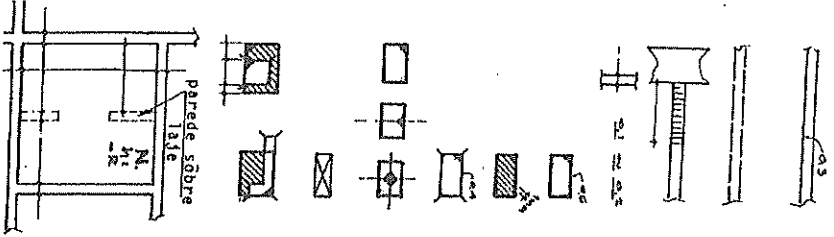


Figura 2.6 – Aplicação do processo das áreas de influência sobre a estrutura mostrada na Figura 5

OUTRAS ORIENTAÇÕES PARA DESENHO DE FÓRMAS

DESENHO DE FÓRMAS

- 1) Verificar as cotas em todas as plantas de arquitetura e notificar eventuais erros ao calculista.
- 2) Definir se haverá revestimento da obra ou se será concreto aparente.
- 3) Executar o desenho à lápis e tinta ou exclusivamente a tinta, conforme decisão a ser tomada em cada obra.
- 4) Usar as convenções de desenho usuais, a saber:

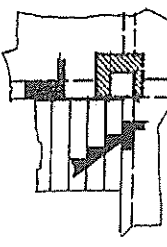


- Viga Direta (arestas inferiores visíveis, em traço contínuo).
- Viga Invertida (arestas superiores invisíveis, em traço interrompido).
- Juntas (Detalhar também em elevação)
- Linhas de Cota
- Pilar que continua
- Pilar que nasce para seção de pilares inferiores à laje
- Pilar que nasce ou que desvia
- Vários tipos de pontos fixos em pilares que mudam de seção nos vários pavimentos.
- Pendural ou tirante (quando para). Quando nasce usar a convenção de pilar.
- Quando houver deslocamento do ponto fixo ou mudança notável no tipo de seção, desenhar o pilar inferior (que para) e o superior (que nasce)

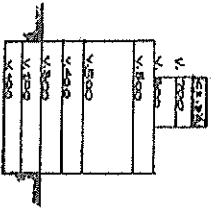
-Para as lajes indicar um canto delas (sempre o mesmo): N = número, A = espessura. No caso de haver rebaixo, este último quando houver. Se a espessura for igual para todas as lajes indicar a mesma só uma vez em nota a parte. Indicar também as paredes sobre a laje conforme detalhe ao lado. (pena 0,1)

OUTRAS ORIENTAÇÕES PARA DESENHO DE FÓRMAS

VISTA SUPERIOR



- 5) Para as formas de escadas, de fundação, e para os desenhos de obras industriais onde apareçam muitos detalhes: chumbadores, suporte de concreto, etc., poderá ser usada a representação inversa e discriminada anteriormente usando, aqui, no desenho, a indicação (VISTA SUPERIOR).
- 6) Fazer de preferência, cortes parciais dentro da própria planta. Quando precisar de um corte total evitar a indicação de partes de estruturas em vista, (a não ser tal indicação estritamente necessária) e pintar o corte de verde, seja no desenho à lápis, seja no desenho a tinta. Ver folha nº 6.
- 7) Maneira recomendável para cotar: Entre eixos, (em estruturas regulares e/ou que ainda não tenham determinadas as larguras das vigas). Em outros casos e preferível a cota da face a face de viga. As formas de lajes serão cotadas nas duas direções evitando porém a repetição de cotas.
- 8) Em desenhos de pav. tipo com pilares de seção variável deverá haver tabela com dimensões dos mesmos.
- 9) Os pilares serão indicados apenas pelo número correspondente escrito com altura mínima de 0,6 cm. (pena 0,8 e 1,2 mm.), ficando então minada a letra p.
- 10) Os pilares serão indicados pelo prefixo P.A.T. seguido do nº relativo e os pendurais ou tirantes pelo prefixo P.T.D. (usar numeração independente). Fica estabelecida a convenção de pilares para pequenos pilares que sustentam vigas intermediárias e em via de regra, com altura inferior ao pé direito. As paredes serão indicadas com PAR. e nº relativo independente da numeração das vigas.
- 11) Em caso da posição do pilar não estar bem definida em relação às vigas, será necessário cotar (vide ao lado).
- 12) Numerar as vigas e lajes, uma centena por andar conforme o esquema ao lado, esquema que deverá ser desenhado em cada folha de formas de pisos. Quando a quantidade de vigas de um piso for superior a 100, será adotada a numeração por milhares. Convenção a ser usada para o nível das fundações: V = (vigas) baldrame e avançadas B1 = Balcão sobre estaca S = Sapata T = Tubulão



Quando for acrescentada alguma viga, depois de efetuada a numeração, numerar a mesma com a numeração seguida sem recorrer ao índice A. Anotar

OUTRAS ORIENTAÇÕES PARA DESENHO DE FÔRMAS

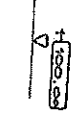
13) Depois de feita a primeira planta de fôrmas; esta deverá ser tomada como base para a elaboração de todas as seguintes como também para verificação de cotas.


14) De preferência, a locação de pilares, deverá ser desenhada só depois das fôrmas da laje 200.


15) Na planta de fundação, estaqueamento, sapatas, tubulões, etc. deverá ser repetida a locação de pilares, indicando a posição de cada pilar em relação a respectiva fundação.

16) No desenho de fôrmas usar medidas em centímetros.

17)  Indicação de cota de nível, em planta.







18)  Indicação de cota de nível, em elevação.

19)  material elástico (neoprene, etc)

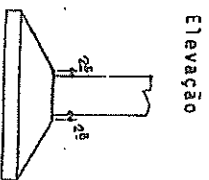
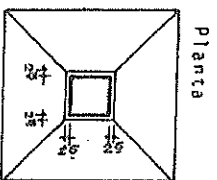
20)  Parede estrutural em alvenaria.

CONVENÇÃO PARA ESTACAS

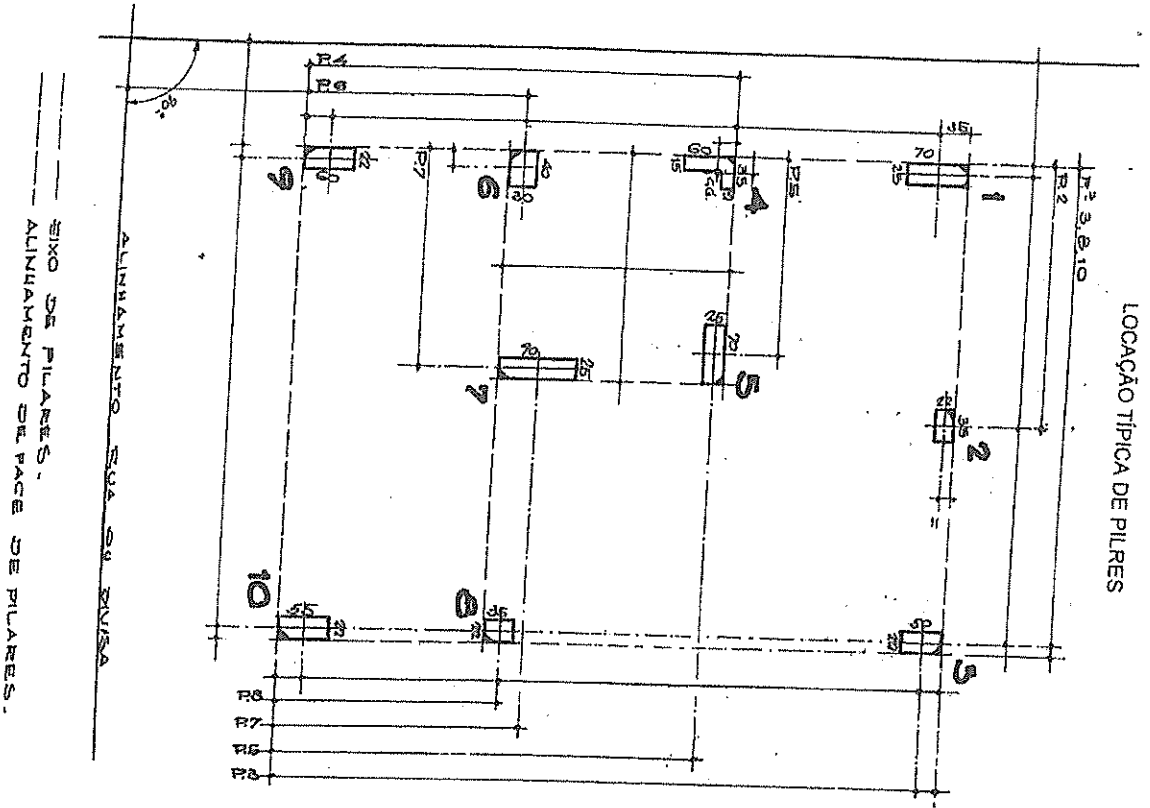
Escala 1:50

	Estaca para 15 t.
	Estaca para 20 t.
	Estaca para 30 t.
	Estaca para 40 t.
	Estaca para 50 t.
	Estaca para 70 t.

S A P A T A S



LOCAÇÃO TÍPICA DE PILARES

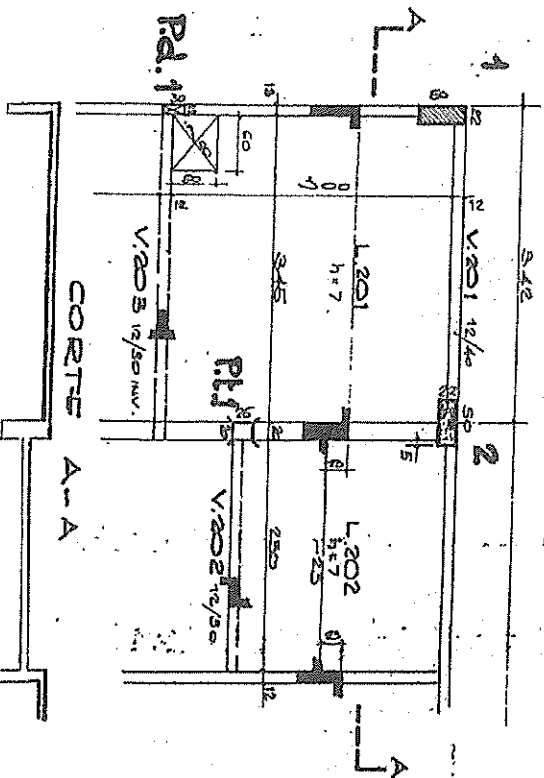
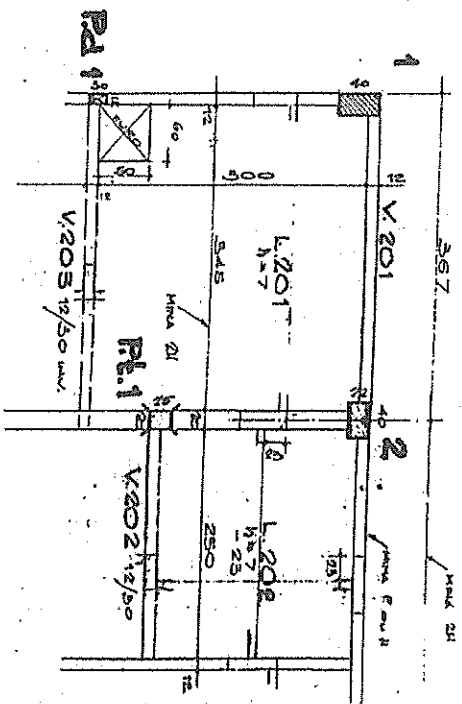


ALINHAMENTO DA SUA ORÇAMENTO  
 ALINHAMENTO DE FACE DE PILARES.

OUTRAS ORIENTAÇÕES PARA DESENHO DE FÓRMAS

DESENHO DE FÓRMAS

A LÁPIS E A QUINA



### 3 - AÇÕES A SEREM CONSIDERADAS

As ações a serem consideradas, no projeto das estruturas de edificações são as cargas permanentes, as cargas variáveis, o vento e, conforme o caso, outras ações que possam produzir deslocamento de apoios.

#### Cargas permanentes

As cargas permanentes são aquelas de longa duração e para as quais as variações de intensidade são raras ou desprezíveis em relação ao seu valor médio.

A carga permanente é constituída pelo peso próprio da estrutura, pelos pesos de todos os elementos construtivos e instalações permanentes e pelos empuxos de terra, água ou outros materiais granulosos quando forem considerados não removíveis, retração e deformação lenta do concreto, deslocamentos de apoio e imperfeições geométricas.

Para avaliação do peso próprio dos elementos que compõem a estrutura, admite-se o peso específico de 25 kN/m<sup>3</sup> para o concreto armado e 24 kN/m<sup>3</sup> para o concreto simples.

Para avaliação dos pesos de outros materiais de construção, na falta de determinação experimental, podem ser adotados os pesos específicos indicados pela NBR-6120. Cargas para Cálculo de Estruturas de Edificações para os materiais de construção mais frequentes.

Os pesos de equipamentos e instalações permanentes são considerados com os valores nominais indicados pelos seus fabricantes ou fornecedores.

#### Cargas variáveis

As cargas variáveis são aquelas para as quais as variações de intensidade são frequentes e não desprezíveis em relação ao seu valor médio.

A carga variável também é denominada carga acidental ou sobrecarga.

Uma carga acidental, ou sobrecarga, é aquela que atua sobre a estrutura em função do seu uso como peso de pessoas, móveis, objetos, equipamentos, materiais diversos, veículos, impacto vertical ou lateral, força de frenagem ou de aceleração, vento, empuxo de água quando seu nível puder variar, variação de temperatura, choques e vibrações.

As cargas verticais que se consideram atuando nos pisos de edificações, além das que se aplicam em caráter especial, referem-se a carregamentos devidos a pessoas, móveis, utensílios e veículos, e são supostas uniformemente distribuídas, com os valores mínimos indicados pela NBR-6120 Cargas para Cálculo de Estruturas de Edificações.

#### Ação do vento

Os esforços devidos à ação do vento devem ser determinados de acordo com o que prescreve a NBR-6123 Forças Devidas ao Vento em Edificações.

A NBR-6118 Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento exige a consideração da ação do vento em qualquer caso. Entretanto, nas estruturas de pequeno porte a influência do vento parece não ser importante, salvo no caso de estruturas com nós desloçáveis, nas quais a altura seja maior que 4 vezes a largura menor, ou em que, numa dada direção, o número de filas de pilares seja inferior a 4.

#### Outras ações

Para consideração da influência de outras ações, devem ser consultadas a NBR-8681 Ações e Segurança nas Estruturas, a NBR-6116 Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento ou outras normas brasileiras específicas.

### 4 – LAJES MACIÇAS DE CONCRETO

#### 4.1 – Introdução

Lajes maciças são aquelas que em toda sua espessura são constituídas de concreto completado pela armadura disposta para resistir os esforços de tração que as solidam durante flexão

Conforme a vinculação do contorno, as lajes podem se apresentar com bordas apoiadas, engastadas ou livres, cujas representações gráficas mais comuns são aquelas apresentadas na Figura 4.1.

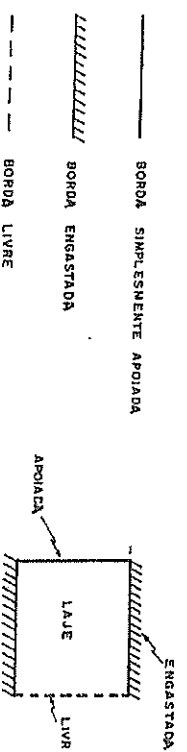


Figura 4.1 – Convenção de vinculação das bordas de uma laje

As cargas permanentes e acidentais que atuam sobre as lajes são consideradas uniformemente distribuídas sobre a sua superfície, salvo situações especiais em que se deva considerar a carga acidental como distribuída parcialmente distribuída em linha ou concentrada.

Os valores característicos das cargas permanentes são determinados através dos volumes teóricos dos materiais, adotando para seus pesos específicos os valores conhecidos pela prática ou aqueles indicados pelas normas NBR-6118 e NBR-6120

Os valores característicos das cargas acidentais, estabelecidos por consenso, são indicados pela NBR-6120

O cálculo das solicitações em qualquer ponto da laje pode ser feito pela Teoria das Placas Elásticas, considerando a laje isotropa ou ortótropa, ou pela Teoria da Plasticidade nos casos em que se conheça ou se possa deduzir a configuração das linhas de ruptura da laje.

#### 4.2 – Análise estrutural

##### 4.2.1 – Vão teórico

O vão teórico  $l$  é a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário adotar valores maiores que o vão livre  $l_0$  acrescido de 0,5h, onde  $h$  é a espessura da laje.

Nas lajes em balanço, o comprimento teórico  $l$  é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores superiores ao comprimento livre  $l_0$  acrescido de 0,3h, onde  $h$  é a espessura da laje no engastamento.

#### 4.2.2 – Distribuição das cargas

Uma análise simplista em primeira mão das lajes retangulares se faz dividindo-as em duas famílias de faixas de largura unitária (1 m no cálculo) paralelas aos lados e perpendiculares  $l_x$  e  $l_y$  como mostra a Figura 4.2.

A carga total sobre a laje se transmite aos apoios segundo as direções x e y. Supõe-se que parte da carga total p por metro quadrado de laje atue numa direção e o restante atue na outra. Essas parcelas são denominadas quinhões de carga e são representadas por  $p_x$  na direção x e  $p_y$  na direção y.

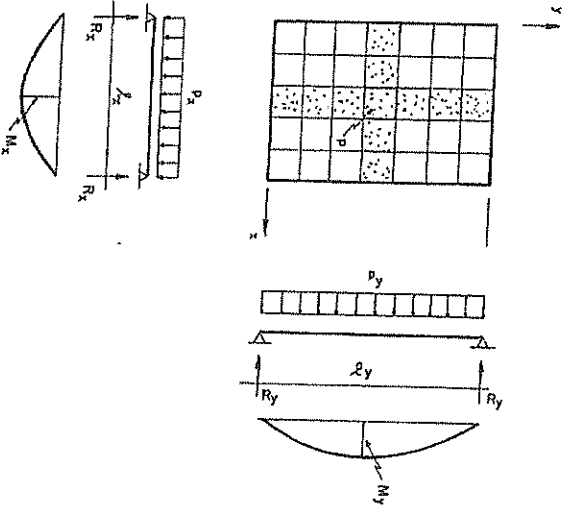


Figura 4.2 – Distribuição das cargas nas lajes maciças

Sendo:

g = carga permanente

q = carga acidental

p = carga total

resulta:

$$p = g + q$$

tem-se:

$$p = p_x + p_y$$

Ornde uma faixa da direção x cruza com outra da direção y (tesão com área de 1 m<sup>2</sup>)

As faixas da direção x estão sujeitas ao momento fletor positivo  $M_x$  e transmitem carga para os apoios da direção y tendo como reações de apoio  $R_x$ . Do mesmo modo, as faixas da direção y estão sujeitas ao momento fletor positivo  $M_y$  e transmitem carga para os apoios da direção x tendo como reações de apoio  $R_y$ .

Quando houver bordas engastadas, além dos momentos positivos  $M_x$  e  $M_y$ , haverá também momentos negativos que serão denominados  $X_x$  para as faixas da direção x e  $X_y$  para as faixas da direção y, como mostra a Figura 4.3.

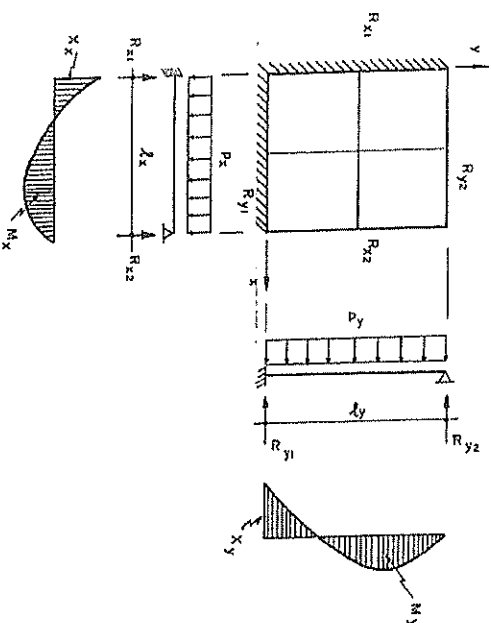


Figura 4.3 – Distribuição de cargas em lajes maciças

Quando os vínculos da extremidade de uma faixa forem diferentes (engaste – apoio), as reações de apoio recebem mais um índice: 1 para o lado engastado e 2 para o lado apoiado, como mostra a Figura 4.3.

No estudo das lajes retangulares com bordas apoiadas ou engastadas,  $l_x$  é o vão teórico correspondente ao menor lado e  $l_y$  é o vão teórico correspondente ao maior lado.

Numa laje retangular, à medida que aumenta a desigualdade entre os seus vãos ( $l_x$  e  $l_y$ ) tanto maiores resultam o quinhão de carga e os momentos correspondentes ao menor vão em relação aos do maior vão. Numa laje retangular com os quatro lados apoiados, para  $l_y / l_x = 2$  o momento  $M_y$  assume valor da ordem de 20% de  $M_x$  e chega a atingir cerca de 5% de  $M_x$  quando  $l_y / l_x = 3$ .

Em vista disso, quando a relação entre os vãos teóricos for superior a 2, para cargas uniformemente distribuídas como no caso de edifícios, pode-se deixar de considerar a transmissão de cargas na direção do maior vão porque seus valores são muito baixos em comparação com os das cargas transmitidas na direção do menor vão. Neste caso, supõe-se que a laje seja formada por apenas uma família de faixas, com largura unitária, na direção do menor vão.

#### 4.2.3 – Classificação das lajes

Para lajes com bordas apoiadas ou engastadas pode-se dispensar a consideração dos momentos fletores correspondentes ao maior vão quando a relação entre vãos for maior que 2. Neste caso, o cálculo da armadura pode ser feito considerando-se apenas as faixas do menor vão. Entretanto, é necessária a presença de uma armadura construtiva, denominada armadura de



distribuição, na direção do maior vão capaz de absorver os efeitos dos momentos fletores que não foram considerados no cálculo

Situação análoga ocorre em lajes com uma ou mais bordas livres, sendo as outras apoiadas ou engastadas, como será visto adiante.

Assim, do ponto de vista do seu funcionamento estrutural, as lajes maciças podem ser classificadas em duas categorias: lajes armadas em uma direção e lajes armadas em duas direções

1. Lajes armadas em uma direção: são aquelas em que se admite que as cargas se transmitam em uma só direção.
2. Lajes armadas em duas direções: são aquelas em que se admite que as cargas se transmitam em duas direções.

#### 4.2.4 – Lajes armadas em uma direção

Consideram-se como armadas em uma direção os painéis de laje de edifícios que se apresentem nas situações indicadas a seguir e mostradas na Figura 4.4.

- 1) três bordas livres e a outra engastada;
- 2) duas bordas livres paralelas e as outras duas apoiadas ou engastadas;
- 3) quatro bordas apoiadas ou engastadas com relação entre lados maior que 2;
- 4) uma borda livre e as outras apoiadas ou engastadas com relação entre o lado livre e o outro a ele perpendicular menor que 0,5;
- 5) uma borda livre e as outras apoiadas ou engastadas com relação entre o lado livre e o outro a ele perpendicular maior que 3.

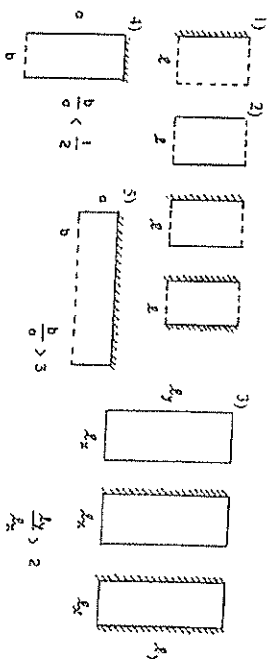


Figura 4.4 – Lajes armadas em uma direção

Nas lajes em balanço do caso 1), as cargas se transmitem na direção do balanço paralela à das bordas livres.

Nas lajes do caso 2), em que  $l_1/l_2 > 2$ , as cargas se transmitem na direção do menor vão.

Nas lajes do caso 3), em que  $l_1/l_2 < 0,5$ , as cargas se transmitem na direção perpendicular à borda livre.

Nas lajes do caso 4), em que  $l_1/l_2 > 3$ , as cargas se transmitem na direção perpendicular à borda livre, por isso a borda oposta a ela deve ser engastada.

Nas lajes armadas em uma só direção, os momentos fletores e as reações de apoio são calculados considerando-se a laje dividida em faixas de largura unitária (1 m no cálculo) na direção de transmissão de cargas, admitindo-se que o comportamento dessas faixas seja análogo ao de uma viga isolada submetida ao mesmo carregamento.

#### a) Lajes isoladas armadas em uma direção

Lajes isoladas armadas em uma direção são aquelas constituídas por apenas um painel, verticalmente, mas que podem girar livremente sobre o apoio. É o caso das bordas apoiadas sobre paredes ou vigas externas.

Consideram-se engastadas as bordas que estão impedidas de girar devido à continuidade com paredes de concreto, com vigas de grande rigidez ou com lajes armadas em duas direções. Nos casos mais comuns, essa restrição só se cumpre parcialmente, do que resulta uma situação intermediária às duas anteriores, sendo essas bordas consideradas parcialmente engastadas.

São consideradas livres as bordas sem elemento de apoio.

A Figura 4.5 mostra esses casos.

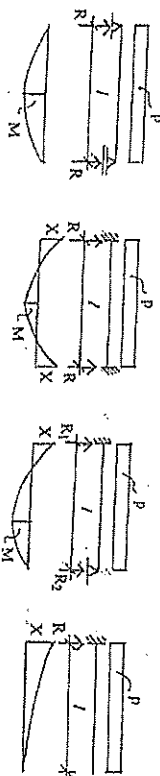


Figura 4.5 – Lajes com bordas apoiadas, engastadas e borda livre

Os momentos máximos positivos,  $M$ , e negativos,  $X$ , as reações de apoio,  $R$ , e as flechas,  $f$ , são calculados por:

$$M = p.l^2/8 \text{ / m}$$

$$X = -p.l^2/16 \text{ / m}$$

$$R = p.l/2$$

$$f = k.p.l^4/(EI) \quad \text{(para cálculo de flechas, ver item 4.4.1)}$$

$p$  = carga distribuída sobre a laje (ver item 4.4.1-b)  
 $l$  = vão teórico da laje  
 $E$  = módulo de deformação do concreto (ver item 4.4.1-d)  
 $I$  = momento de inércia da seção transversal da laje (ver item 4.4.1-d)

Quando na direção a ser armada os vínculos forem diferentes, as reações serão:

$$R_1 = p.l/v_1 \quad \text{no lado engastado}$$

$$R_2 = p.l/v_2 \quad \text{no lado apoiado}$$

Os coeficientes  $m$ ,  $n$ ,  $v$  e  $k$  dependem das condições de vinculação das bordas e são os seguintes:

Laje	$m$	$n$	$v_1$	$v_2$	$k$
Simplemente apoiada	8	-	0,5	0,5	0,01302
Engastada	24	12	0,5	0,5	0,00260
Com um apoio e um engaste	14,22	8	0,6	0,4	0,00542
Em balanço	-	2	1,0	-	0,12500

b) Lajes contínuas armadas em uma direção

As lajes constituídas por vãos patinés armados na mesma direção devem ser projetadas levando-se em conta a continuidade. Os momentos fletores distribuem-se ao longo do vão, de maneira que os momentos, reações de apoio e flechas ao longo de uma faixa com largura de 1 m é feita como para as vigas contínuas com essa largura.

Nas lajes contínuas, os momentos máximos, tanto nos vãos quanto sobre os apoios, não surgem quando todos os tramos da faixa de laje considerada estão com a carga total  $p = g + q$ . As situações mais desfavoráveis de carregamento, com base nas quais deve ser dimensionada a laje, correspondem a determinadas posições de sobrecarga  $q$  conforme se descreve a seguir.

- 1) Para obter-se o momento máximo negativo sobre cada apoio, deve-se supor totalmente carregados os tramos adjacentes e os restantes com carga permanente e carga total.
- 2) Para obter-se o momento máximo positivo em cada tramo deve-se supor totalmente carregado aquele tramo em questão e os restantes com carga permanente e carga total.
- 3) Para obter-se o momento mínimo (positivo ou negativo) em cada tramo deve-se admitir somente carga permanente para o tramo em questão e carga total e carga permanente para os restantes, alternadamente.

A Figura 4.6 ilustra esquematicamente o critério exposto.

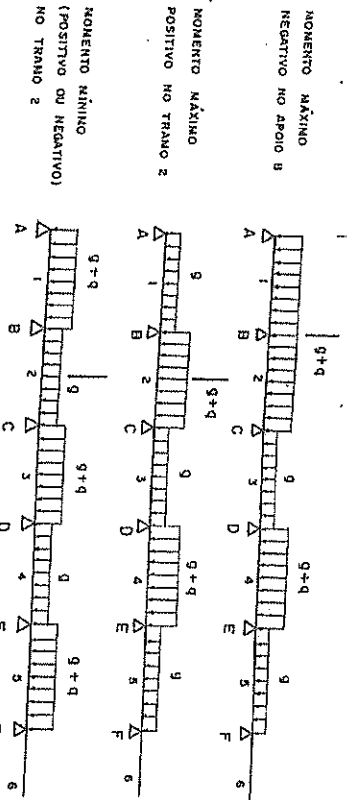


Figura 4.6 - Situações mais desfavoráveis de carregamento

Quando os vãos de todos os tramos forem iguais ou diferentes entre si em menos de 20% e o valor da carga accidental for menor que 1,5 vez o da carga permanente, os momentos fletores poderão ser calculados, com boa aproximação prescindindo-se da análise anterior, pela expressão:

$$M = p.l^2 / \beta$$

onde os valores do coeficiente  $\beta$  são indicados pela prática.

Para lajes contínuas armadas em uma direção permite-se adotar as seguintes regras. As lajes armadas em uma única direção, com carga uniformemente distribuída sobre cada tramo, poderão ser calculadas como vigas contínuas livremente apoiadas, com as seguintes modificações:

- 1) não serão considerados, nos vãos, momentos positivos menores do que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito da laje nas extremidades dos referidos vãos.

- 2) em edifícios, quando o menor vão da laje contínua não for inferior a 80% do maior, será permitido calcular os momentos máximos e mínimos com a fórmula  $M = (g + q)l^2 / \beta$  sendo  $\beta$  igual a  $1a$  a  $1^a$  coluna refere-se ao caso de haver mísula com altura sobre o apoio não inferior a  $l / 30$ , e a  $2^a$  aos demais casos).

Para momentos negativos sobre os apoios, havendo mais de dois tramos (no caso de apoio interno  $l$  designa-se a média aritmética dos dois vãos adjacentes ao apoio considerado) demais apoios intermediários:

- Idem havendo dois tramos	-7	-8
- apoio intermediário	12	11
- Para momentos positivos nos tramos	18	15
- tramos extremos		
- tramos intermediários		

O momento mínimo no centro de tramo de lajes nas condições acima, sendo  $l$  o vão maior dentre os contíguos, poderá ser calculado pela expressão:

$$M = (g - q)l^2 / 24 \leq 0$$

A Figura 4.7 resume de forma esquemática os valores dos coeficientes  $\beta$ :

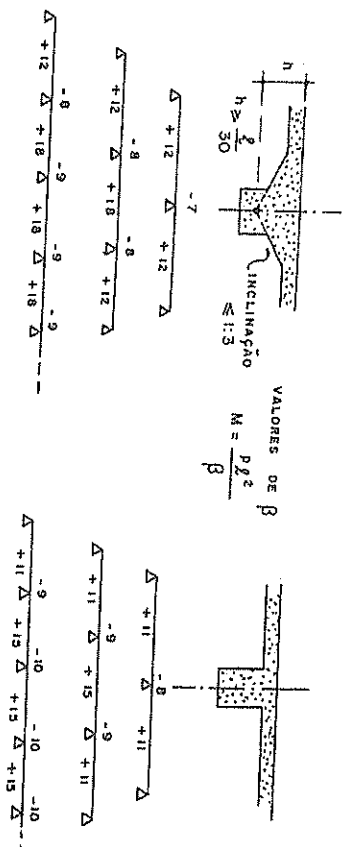


Figura 4.7 - Valores do coeficiente  $\beta$  para lajes contínuas armadas em uma direção

4.2.5 - Lajes armadas em duas direções

As lajes com bordas apoiadas ou engastadas com relação entre lados menor ou igual a 2 e aquelas com uma borda livre com relação entre lados no intervalo de 0,5 a 3 deverão ser calculadas como armadas em duas direções.

O cálculo dos esforços solicitantes e das deformações nas lajes armadas em duas direções poderá ser feito por uma das técnicas descritas a seguir.

- 1) Como placa em regime elástico, através da Teoria das Placas Elásticas, admitindo-se comportamento elástico-linear para os materiais e para o concreto coeficiente de Poisson igual a 0,2 e módulo de deformação longitudinal:

$$E_{cs} = 4760.f_{ck}^{1/2} \quad (\text{MPa})$$

O cálculo baseia-se na solução da equação diferencial das placas (equação de Lagrange) com derivadas parciais de quarta ordem. Através das soluções clássicas e de métodos numéricos de resolução de equações foram elaboradas tabelas que permitem o cálculo dos momentos fletores, reações de apoio e flechas para lajes retangulares, triangulares, trapezoidais, e sobremidas a carregamento uniforme, triangular, parabol e a carga concentrada. Tais tabelas facilitam o cálculo rotineiro transformando-o em simples trabalho repetitivo. As coleções mais completas dessas tabelas são aquelas encontradas em:

Czerny, F.: Tafeln für gleichmassig verbelastete Rechteckplatten, *Bautechnik Archiv*, V. 11, Berlin, 1955.

Kainhanok, A. S.: *Manual para el calculo de placas* (tradução do russo para o espanhol), Ed. Interciencias, Montevideo, 1981.

Bares, R.: *Tabelas para el calculo de placas y vigas paraf.* Ed. Gustavo Gil S.A., Barcelona.

2) Como placa em regime de ruptura, através da Teoria da Plasticidade, se a laje tiver espessura uniforme e a armadura em cada direção for distribuída uniformemente, admitindo-se comportamento rígido-plástico perfeito ou elasto-plástico perfeito para os materiais e as configurações das linhas de ruptura da laje conhecidas através da experiência.

a) Momentos fletores conforme a Teoria das Placas Elásticas

O cálculo dos momentos fletores nas placas baseia-se na solução da equação diferencial das placas elásticas (equação de Lagrange) com derivadas parciais de quarta ordem:

$$D^4 w / \partial x^4 + 2D^4 w / \partial x^2 \partial y^2 + D^4 w / \partial y^4 = p / D$$

w = ordenada da superfície média deformada da placa  
 p = carga sobre a placa  
 D = rigidez da placa

$$D = E h^3 / [12(1 - \nu^2)]$$

E = módulo de elasticidade do material da placa  
 h = espessura da placa  
 ν = coeficiente de Poisson referente ao material da placa

Os momentos fletores  $M_x$  e  $M_y$  que atuam nos planos paralelos às direções x e y são

$$M_x = -D (\partial^2 w / \partial x^2 + \nu \partial^2 w / \partial y^2)$$

$$M_y = -D (\partial^2 w / \partial y^2 + \nu \partial^2 w / \partial x^2)$$

A Figura 4.8 apresenta a variação da ordenada da superfície média deformada da placa para alguns casos

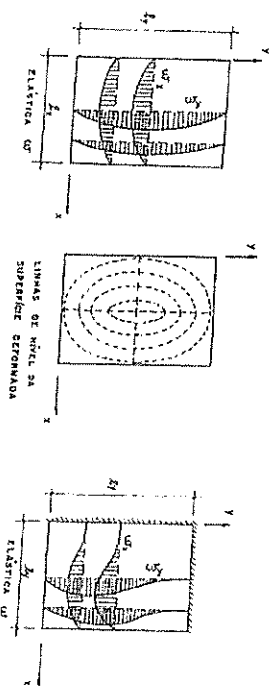


Figura 4.8 – Superfície média deformada das placas

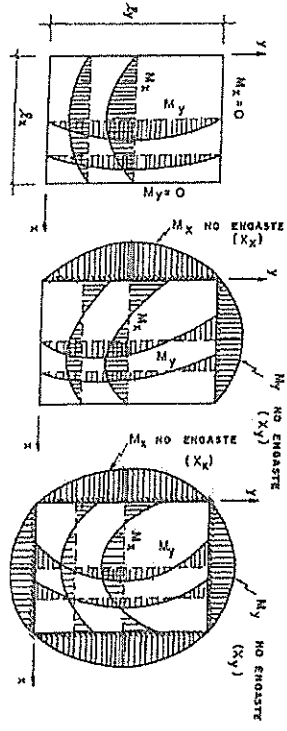


Figura 4.9 – Variação dos momentos fletores nas placas

Figura 4.9. A variação dos momentos fletores  $M_x$  e  $M_y$  com as coordenadas x e y é indicada na

b) Momento de torção conforme a Teoria das Placas Elásticas

Nos pontos da placa fora dos eixos de simetria paralelos às direções x e y, o carregamento produz, além de momentos fletores  $M_x$  e  $M_y$ , momento de torção  $M_{xy}$ , também denominado momento volvente, determinado por:

$$M_{xy} = D (1 - \nu) \partial^2 w / \partial x \partial y$$

A Figura 4.10 apresenta a variação do momento de torção para uma placa com bordas apoiadas.

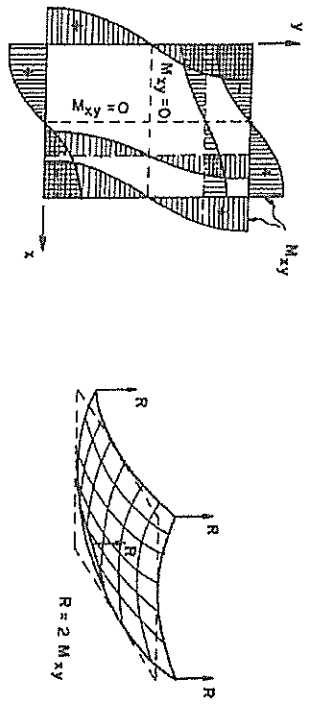


Figura 4.10 – Variação do momento de torção em placa com quatro lados apoiados

O momento de torção produz uma reação de canto R nos cantos apoiados da placa, o que faz com que esses cantos se levantem. Por essa razão, os cantos de lajes livremente apoiadas em paredes de alvenaria, ao se levantarem, produzem fissuras no alto das paredes. A existência de paredes sobre as bordas dessas lajes impede o levantamento. Uma cinta de concreto armado no contorno dessas lajes empoeira as bordas atenuando esse efeito. A presença de pilares nesses cantos também impede o levantamento da laje.

c) Cálculo dos momentos fletores, reações de apoio e flechas através de tabelas.

As expressões para cálculo dos momentos fletores, reações de apoio e flechas nas placas deduzidas segundo a Teoria das Placas Elásticas podem ser transformadas de modo que essas variáveis sejam expressas em função da carga  $p$ , de um dos seus vãos teóricos e de uma função que depende da vinculação e da relação entre os lados da placa. Sendo adotados os vínculos da placa e o tipo de carga, essa função, para cada uma daquelas variáveis, depende somente da relação entre os lados da placa e pode ser calculada e tabelada para cada caso de vinculação e carregamento.

Exemplos dessas tabelas são aquelas já citadas de Czerny, de Kálmánok e de Bares.

d) Cálculo dos momentos fletores nas lajes pelas tabelas de Czerny

Os momentos fletores positivos são indicados por  $M_x$  e  $M_y$  e os negativos nas bordas engastadas são indicados por  $X_x$  e  $X_y$ . Assim:

$$\begin{aligned} M_x &= p \cdot l_x^2 / m_x \\ M_y &= p \cdot l_x^2 / m_y \\ X_x &= -p \cdot l_x^2 / n_x \\ X_y &= -p \cdot l_x^2 / n_y \end{aligned}$$

Os coeficientes  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $n_x$ ,  $n_y$  dependem do tipo de laje e são tabelados para carga uniformemente distribuída em função da relação de lados  $l_y / l_x$  para cada tipo de laje.

Considera-se como  $l_x$  o vão teórico do menor lado e  $l_y$  o vão teórico do maior lado. Combinando as situações de borda apoiada e borda engastada, resultam nove casos de lajes, como mostra a Figura 4.11.

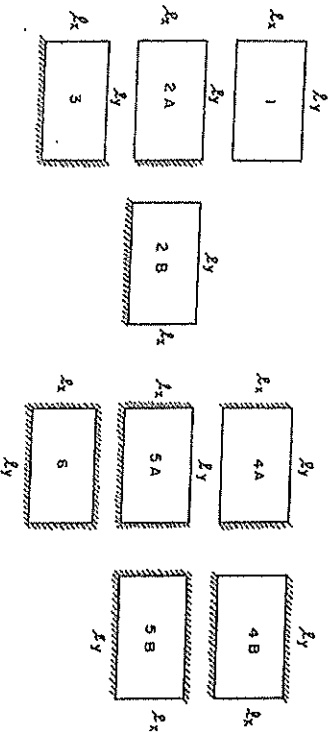
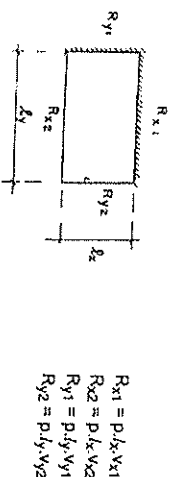


Figura 4.11 – Lajes com bordas apoiadas e engastadas armadas em duas direções

e) Cálculo das reações de apoio das lajes pelas tabelas de Czerny

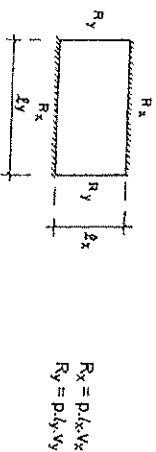
As reações da direção  $x$  são denominadas  $R_x$  e as da direção  $y$  são denominadas  $R_y$ . Quando uma direção tiver nas bordas vínculos diferentes acrescentam-se os índices 1 para a reação correspondente à borda engastada e 2 para a reação correspondente à borda apoiada, como mostra a Figura 4.12.



$$\begin{aligned} R_{x1} &= p \cdot l_x \cdot \nu_{x1} \\ R_{x2} &= p \cdot l_x \cdot \nu_{x2} \\ R_{y1} &= p \cdot l_y \cdot \nu_{y1} \\ R_{y2} &= p \cdot l_y \cdot \nu_{y2} \end{aligned}$$

Figura 4.12 – Reações de apoio em laje armada em duas direções

Quando os vínculos das bordas de uma direção forem iguais os índices 1 e 2 são omitidos, como mostra a Figura 4.13.



$$\begin{aligned} R_x &= p \cdot l_x \cdot \nu_x \\ R_y &= p \cdot l_y \cdot \nu_y \end{aligned}$$

Figura 4.13 – Reações de apoio em laje armada em duas direções

Os coeficientes  $\nu_x$  e  $\nu_y$  dependem do tipo de laje e são tabelados para carga uniformemente distribuída em função da relação de lados  $l_y / l_x$  para cada tipo de laje.

Para efeito de cálculo das vigas que servem de apoio para as lajes supõe-se que a carga transmitida a elas pelas lajes seja uniformemente distribuída. No entanto, analisando a distribuição das reações das lajes pela Teoria das Placas Elásticas verifica-se que aquela suposição é apenas uma simplificação para o cálculo. Na verdade, a distribuição das reações de apoio é semelhante àquela mostrada na Figura 4.14.

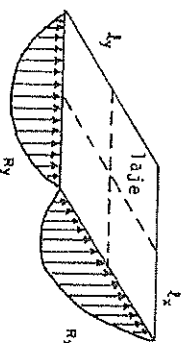


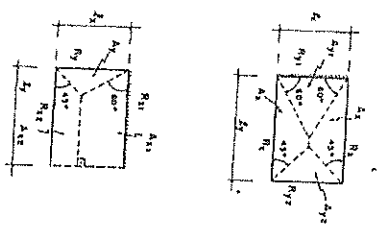
Figura 4.14 – Distribuição das reações de apoio das lajes armadas em duas direções

f) Cálculo das reações de apoio pelo processo das áreas de influência dos apoios

Permite-se calcular as reações de apoio de lajes retangulares com carga uniformemente distribuída considerando-se para cada apoio carga correspondente aos triângulos e trapézios obtidos traçando-se, a partir dos vértices, no plano da laje, retas inclinadas de:

45° entre dois apoios do mesmo tipo;  
60° a partir do apoio engastado quando o outro for livremente apoiado;  
90° a partir do apoio quando a borda oposta for livre

Figura 4.15 mostra a aplicação deste processo



$$R_x = p A_x / l_y$$

$$R_{y1} = p A_{y1} / l_x$$

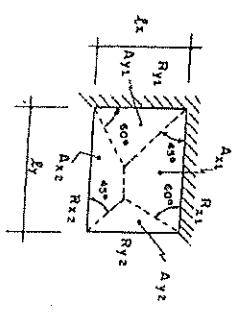
$$R_{y2} = p A_{y2} / l_x$$

$$R_{x1} = p A_{x1} / l_y$$

$$R_{x2} = p A_{x2} / l_y$$

$$R_y = p A_y / l_x$$

Figura 4.15 – Cálculo de reações de apoio pelo processo das áreas de influência dos apoios  
Considerando-se uma laje como a mostrada na Figura 4.16 e aplicando-se o processo das áreas de influência dos apoios resulta:



$$R_{x1} = p A_{x1} / l_y = (p A_{x1} / l_y) (l_y / l_x) = p l_x (A_{x1} / A) = p l_x v_{x1}$$

$$R_{x2} = p A_{x2} / l_y = (p A_{x2} / l_y) (l_y / l_x) = p l_x (A_{x2} / A) = p l_x v_{x2}$$

$$R_{y1} = p A_{y1} / l_x = (p A_{y1} / l_x) (l_x / l_y) = p l_y (A_{y1} / A) = p l_y v_{y1}$$

$$R_{y2} = p A_{y2} / l_x = (p A_{y2} / l_x) (l_x / l_y) = p l_y (A_{y2} / A) = p l_y v_{y2}$$

$$A = l_x l_y = \text{área da laje}$$

Figura 4.16 – Reações de apoio em lajes armadas em duas direções

Os coeficientes  $v$  representam a razão entre a área de influência de cada apoio e a área total da laje. São apresentados nas tabelas de Czerny para carga uniformemente distribuída em função da relação de lados para cada tipo de laje.

9) Cálculo de flechas nas lajes armadas em duas direções (ver item 4.4.1)

1. Cálculo segundo as tabelas de Czerny (com coeficiente de Poisson  $\nu = 0$ )

Nas lajes retangulares com lados  $l_x$  e  $l_y$  apoiados ou engastados sob carga uniformemente distribuída, a flecha  $f$  no centro da laje é dada por:

$$f = k p k' / (E h^3)$$

onde:

- $k$  = coeficiente da coluna  $f$  nas tabelas de Czerny;
- $p$  = carga uniformemente distribuída sobre a laje (ver item 4.4.1-b);
- $E$  = módulo de deformação longitudinal do concreto (ver item 4.4.1-d);
- $h$  = espessura da laje.

2. Cálculo segundo as tabelas de Kaimanok (com coeficiente de Poisson  $\nu$ )

Nas lajes retangulares com lados  $a$  e  $b$  apoiados ou engastados sob carga uniformemente distribuída, a flecha  $f$  no centro da laje é dada por uma das seguintes expressões:

$$f = k_1 p a^4 / D \quad \text{quando } a / b < 1$$

$$f = k_2 p b^4 / D \quad \text{quando } b / a < 1$$

onde:

- $k$  = coeficiente da coluna  $f$  nas tabelas de Kaimanok;
- $p$  = carga uniformemente distribuída sobre a laje (ver item 4.4.1-b);
- $D = E h^3 / [12(1 - \nu^2)]$  rigidez da laje;
- $E$  = módulo de deformação longitudinal do concreto (ver item 4.4.1-d);
- $h$  = espessura da laje;
- $\nu$  = coeficiente de Poisson do concreto (ver item 4.4.1-d).

4.2.6 – Lajes continuas armadas em duas direções

O que se apresentou até aqui para as lajes armadas em duas direções aplica-se às lajes isoladas, que são aquelas formadas por apenas um painel de laje.

No caso de lajes continuas armadas em duas direções os apoios internos não funcionam como engastamentos perfeitos. No entanto, admite-se esses apoios como sendo engastamentos desiguais ou se as cargas supostas uniformemente distribuídas sobre os painéis forem muito diferentes.

a) Transformação da laje contínua em conjunto de lajes isoladas

Se a sobrecarga for pequena em relação à carga total ( $q < 1,5g$ ), como geralmente ocorre em edifícios residenciais e comerciais, o cálculo dos painéis pode ser feito como se cada um fosse uma laje isolada sem que seja necessário estudar a posição mais desfavorável das sobrecargas.

Nas lajes contínuas constituídas por painéis armados em duas direções, cada painel é tratado como se fosse uma laje isolada substituindo-se a continuidade com as lajes vizinhas por solicitantes.

1. A borda que se apoia sobre uma viga é considerada livremente apoiada quando não existe continuidade com outra laje ou outras lajes do outro lado do apoio.
2. A borda que se apoia sobre uma viga é considerada engastada quando existe continuidade com outra laje ou outras lajes do outro lado do apoio em todo o seu comprimento. Quando essa continuidade não existir em todo o comprimento do lado, essa borda será considerada engastada somente se a continuidade existir em mais de 2/3 do seu comprimento. Em caso contrário a continuidade parcial é desprezada e a borda da laje é considerada livremente apoiada.

3. Quando existir laje pequena continua com laje grande, a borda da pequena é considerada engastada na laje grande e a borda da grande é considerada livremente apoiada desprezando-se a influência da laje pequena.

4. Quando se considera a continuidade entre duas lajes engastando uma na outra, os momentos negativos das lajes no engastamento serão diferentes um do outro. Isto acontece porque cada laje é considerada como isolada, substituindo-se a influência da outra por engastamento menor. Esta situação será aceita somente se o maior momento não for maior que duas vezes o momento da laje que antes tinha maior momento. Aplicando a regra 3, mantém-se o engastamento da borda da laje de menor momento e a borda da laje que antes tinha maior momento é agora considerada apoiada. Para cálculo das armaduras, a compatibilização dos momentos negativos sobre os apoios comuns será feita de forma aproximada.

5. As lajes em balanço são engastadas nas lajes internas quando houver continuidade seu momento nesse engaste não seja maior que o momento do balanço. Em caso contrário, considerar a borda da laje interna livremente apoiada, ficando o balanço engastado na laje interna.

#### b) Processo simplificado para cálculo de lajes contínuas

Se a sobrecarga não for pequena em relação à carga total ( $q > 1,5g$ ) os painéis que constituem a laje contínua devem ser estudados com as sobrecargas nas posições mais desfavoráveis.

1. A situação mais desfavorável para os momentos máximos positivos de um painel de laje é carregado com carga total  $p = g + q$  e carregar os painéis vizinhos somente com a carga permanente  $g$ , como mostra o esquema da Figura 4.17.

O carregamento indicado na Figura 4.17 pode ser dividido em outros dois que somados produzam o mesmo efeito: um constituído por carga uniformemente distribuída  $g + q/2$  e outro aritmético constituído por carga uniformemente distribuída  $\pm q/2$ .

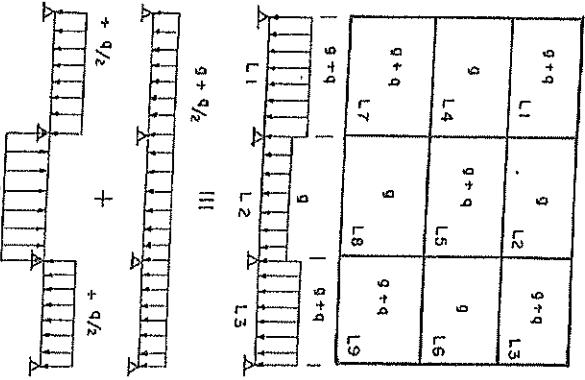


Figura 4.17 – Laje contínua armada em duas direções

Com esse procedimento, para o primeiro carregamento constituído por  $g + q/2$  em todos os painéis, cada painel poderá ser considerado como uma laje isolada engastada nas lajes vizinhas. Neste caso, poderá-se calcular através das tabelas os momentos fletores positivos nas lajes para uma carga uniformemente distribuída  $p = g + q/2$ .

$$M_x = p \cdot l_x^2 / m_y$$

$$M_y = p \cdot l_y^2 / m_x$$

Com o segundo carregamento constituído por  $\pm q/2$ , tem-se praticamente todos os apoios internos livres à rotação. Neste caso é lícito considerar os diversos painéis como lajes isoladas simplesmente apoiadas nos quatro lados. Resultam assim novos momentos calculados através das tabelas para uma carga  $p = \pm q/2$  que devem ser somados aos obtidos com o primeiro carregamento:

$$M_x = p \cdot l_x^2 / m_x$$

$$M_y = p \cdot l_y^2 / m_y$$

O resultado será:

$$M_x = M_x \pm M_x'$$

$$M_y = M_y \pm M_y'$$

O sinal (+) será usado para obter o momento máximo positivo e o sinal (-) será usado para obter o momento mínimo positivo ou negativo.

2. Os máximos momentos negativos sobre os apoios internos são obtidos considerando os painéis como lajes isoladas engastadas nas lajes vizinhas e carregando todos os painéis com carga total  $p = g + q$ .

Assim, o que foi exposto para as lajes isoladas permanece válido para as lajes contínuas qualquer que seja o valor da sobrecarga.

### 4.3 – Dimensionamento e verificação de lajes – estado limite último

#### 4.3.1 – Espessuras mínimas das lajes maciças

A espessura das lajes maciças não deve ser menor que:

- 5 cm para lajes de cobertura não em balanço
- 7 cm para lajes de piso e lajes em balanço
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total  $\leq 30$  kN
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total  $> 30$  kN

#### 4.3.2 – Flexão em lajes

##### a) Armaduras para flexão

O cálculo das armaduras para flexão se faz como para as seções retangulares considerando-se uma faixa de laje de largura unitária (1 m no cálculo) nas direções que deverão ser armadas, como mostra a figura 4.18.

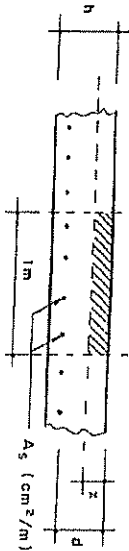


Figura 4.18 – Seção transversal de uma laje maciça

Tendo-se os momentos solicitantes de cálculo  $M_{sx}$  positivos e negativos nas direções x e y e a espessura h da laje, determina-se:

$$k_c = b_w d^2 / M_{sd} = 100 d^2 / M_{sd} \quad \text{com } d = h - 2,5 \text{ cm} \quad \text{e} \quad M_{sd} = \gamma_c M$$

com  $b_w = 100 \text{ cm}$ , d em cm e  $M_{sd}$  em  $\text{kN}\cdot\text{cm/m}$ , e daí vem a área da seção transversal de armadura:

$$A_s = k_c M_{sd} / d \quad (\text{cm}^2 \text{ por metro de largura de laje})$$

b) Armaduras de tração nos vãos

As armaduras positivas  $A_{sx}$  e  $A_{sy}$  são calculadas para cada uma das direções x e y para os momentos  $M_x$  e  $M_y$ , respectivamente. A armadura da direção de maior momento é denominada *armadura principal* e a outra é denominada *armadura secundária* ou *armadura de distribuição*.

A distribuição das armaduras é feita atendendo a variação dos momentos fletores. Nas sollicitadas com grandes vãos, colocam-se as armaduras positivas calculadas na região central mais mostra a variação dos momentos fletores positivos de uma laje com as quatro bordas apoiadas.

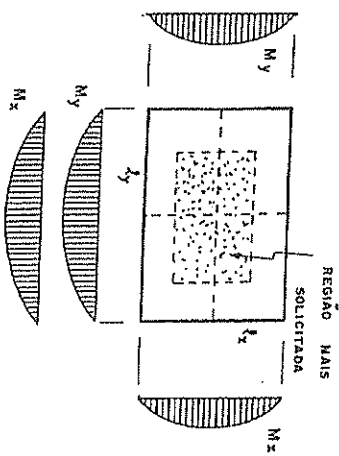


Figura 4.19 – Variação dos momentos fletores em uma laje

Em geral, nas lajes com dimensões comuns não é necessário reduzir as armaduras positivas fora da região central citada. Quando muito, pode-se reduzir a armadura na direção mais sollicitada e manter constante a armadura da outra direção.

Quando se fizer a redução das armaduras positivas na região menos sollicitada do contorno, pode-se adotar os esquemas indicados na Figura 4.20 para distribuição dessa armadura. O comprimento das barras colocadas dessa forma será igual ao vão teórico da direção correspondente menos uma fração do menor vão teórico da laje, que depende da vinculação das bordas da laje.

Na Figura 4.20 estão indicados os descontos que devem ser considerados para definir o comprimento das barras na direção do vão  $l_x$ . O mesmo procedimento se aplica às barras na direção do vão  $l_y$ .

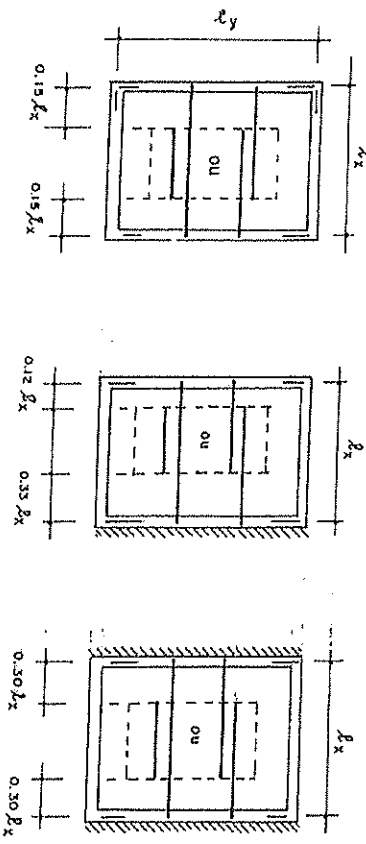


Figura 4.20 – Comprimentos das barras das armaduras positivas

c) Armadura de tração sobre os apoios

A armadura de tração sobre os apoios é calculada para um momento que é o maior entre a média dos momentos negativos das lajes de cada lado e  $0,8$  do momento maior entre os dois. No caso de balanço engastado em laje, a armadura é calculada para o momento do balanço.

Quando não se determinar o diagrama exato dos momentos negativos, em lajes retangulares de edifícios com carga distribuída e  $q < q_c$ , as barras da armadura principal sobre os apoios deverão estender-se de acordo com o diagrama triangular de momentos, considerado já deslocado, com base igual ao valor adiante indicado:

1. em lajes atuando em duas direções ortogonais:
  - em uma borda engastada, sendo cada uma das outras três bordas livremente apoiada ou engastada,  $0,25$  do menor vão;
  - nos dois lados de um apoio de laje contínua,  $0,25$  do maior dos vãos menores das lajes contíguas;
2. em lajes atuando em uma só direção:
  - em uma borda engastada,  $0,25$  do vão.

d) Armadura nos cantos de bordas livremente apoiadas de lajes retangulares

Quando, nos cantos de bordas livremente apoiadas de lajes retangulares, a armadura para resistir aos momentos volventes não for calculada, deverão ser dispostas duas armaduras, uma superior paralela à bissectriz e outra inferior a ela perpendicular, cada uma delas com área de seção substituídas por malha superior e malha inferior, cada uma com área de seção transversal em cada direção não inferior a  $0,75$  da maior no centro da laje. Essas armaduras devem estender-se até a distância, medida a partir das faces dos apoios, igual a  $0,20$  do menor vão da laje.

e) Armadura perimetral

Nas bordas livremente apoiadas das lajes deve existir uma armadura negativa com seção transversal de área igual ou superior a metade da armadura positiva principal com o mínimo de  $0,1h \text{ cm}^2/\text{m}$  calculado com  $h$  em centímetros. Suas dimensões são indicadas na Figura 4.21.

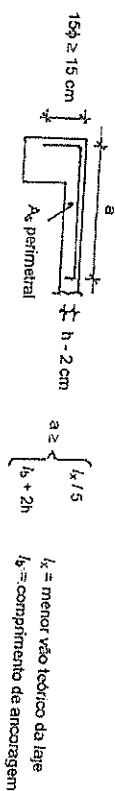


Figura 4.21 – Armadura perimetral

4.3.3 – Exigências para as armaduras

1. Armaduras mínimas: a área da seção transversal da armadura longitudinal de tração deve corresponder a uma taxa de armadura  $\rho = A_s / A_c = A_s / (100 h)$ , com  $A_s$  em  $\text{cm}^2/\text{m}$  e  $h$  em cm, que respeite uma taxa mínima de armadura:

- lajes armadas em duas direções armaduras positivas
- lajes armadas em duas direções armaduras negativas

$$\rho \geq 0,67 \cdot \rho_{\min}$$

- lajes armadas em uma direção armadura positiva principal

$$\rho \geq \rho_{\min}$$

armadura positiva de distribuição

$$\begin{cases} A_s \geq 0,20 \text{ de } A_s \text{ principal} \\ A_s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \rho \geq 0,5 \cdot \rho_{\min} \end{cases}$$

$$\rho_{\min} = 0,035 f_{cd} / f_{yd} \geq 0,0015$$

2. Armaduras máximas: a soma das áreas das armaduras de tração e de compressão, fora da região de emendas, deve respeitar a condição de ser  $(A_s + A_c) \leq 0,04 A_c$ , isto é:

$$\rho_{\max} = (A_s + A_c) / (100 h) \leq 0,04$$

com  $A_s$  e  $A_c$  em  $\text{cm}^2/\text{m}$  e  $h$  em cm

3. As armaduras longitudinais devem ser constituídas preferencialmente por barras de alta aderência (çoço CA-50) ou por telas soldadas (çoço CA-50).

4. O diâmetro das barras das armaduras não deve ultrapassar 1/8 da espessura da laje.

5. Nas lajes armadas em duas direções, o espaçamento das barras da armadura principal na região de maiores momentos nos vãos não deve ser maior que 20 cm e 2h. O espaçamento das barras da armadura secundária não deve ser maior que 33 cm. Os mesmos limites 7.4.7 da NBR-6118, conforme a classe de agressividade do ambiente:

6. Nas lajes armadas em uma direção, o espaçamento das barras da armadura principal não deve ser maior que 20 cm e 2h. A armadura de distribuição deve ter espaçamento entre barras maior que 33 cm. Os mesmos limites da 20 cm e 2h se aplicam às armaduras negativas.

7. O cobrimento das barras das armaduras das lajes deve atender as exigências do item 7.4.7 da NBR-6118, conforme a classe de agressividade do ambiente:

Classe	Tipo de ambiente	Cobrimento (cm)
I	Rural ou submerso	2,0
II	Urbano	2,5
III	Industrial ou marinho	3,5
IV	Industrial quimicamente agressivo ou respingos de maré	4,5

4.3.4 – Desenhos de armaduras

As armaduras calculadas e outras construídas devem ser representadas em desenhos de maneira clara indicando os números de ordem, dimensões, quantidades, posições e espaçamentos das barras. Para isso é usado um gabarito que é a própria forma do pavimento.

Dois sistemas podem ser adotados para a disposição das armaduras:

O primeiro é mais recomendável e o segundo pode ser usado apenas para lajes com espessura maior que 12 cm.

Segundo o primeiro sistema, as armaduras positivas e negativas são constituídas por barras diferentes. Esse sistema é mostrado na Figura 4.22 que apresenta no mesmo desenho as armaduras positivas e negativas. As barras das armaduras positivas são representadas com traço contínuo e as barras da armadura negativa são representadas com traço interrompido.

É recomendável que a representação das armaduras positivas e negativas seja feita em desenhos separados, na mesma folha ou em folhas diferentes. Dentro do gabarito as barras das armaduras positivas e negativas são representadas com traço contínuo, quando aparecem pela primeira vez na ordem de numeração. Quando se repetem em outras lajes, recebem o mesmo número e são representadas com traço interrompido.

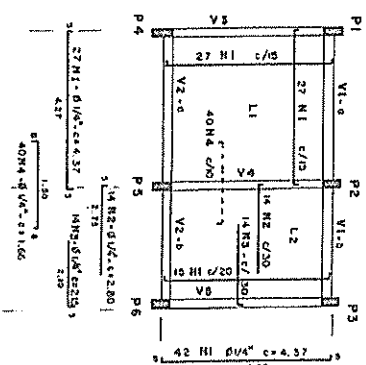


Figura 4.22 – Desenho de armaduras positivas e negativas

Conforme o segundo sistema, parte das barras da armadura positiva é dobrada para cima e passa a constituir a armadura negativa da mesma direção. Esse sistema é mostrado na Figura 4.23. Quando se usa esse sistema os pontos de dobramento devem ser definidos com cuidado para que os trechos horizontais tenham comprimentos que respeitem as regras para armaduras positivas indicadas na Figura 4.20 e para as armaduras negativas indicadas em 4.3.2 – c deste texto.



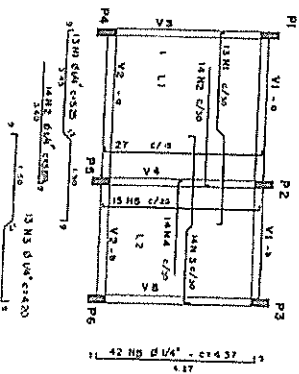


Figura 4.23 – Desenho de armaduras positivas e negativas

As barras são representadas em cortes verticais que são rebatidos sobre o plano horizontal do desenho seguindo as mesmas regras dos desenhos de formas, como mostram as Figuras 4.22 e 4.23.

As barras da direção longitudinal são representadas em cortes longitudinais. Esses cortes são vistos da frente para o fundo do desenho e o plano vertical de corte é rebatido sobre o plano horizontal do desenho; tombando a parte alta do corte em direção à parte de cima do desenho. No corte rebatido sobre o plano horizontal, os ganchos para cima das barras da armadura positiva ficam voltados para cima do desenho e as dobras para baixo das barras da armadura negativa ficam voltadas para baixo do desenho.

As barras da direção transversal são representadas em cortes transversais. Esses cortes são vistos da direita para a esquerda do desenho e o plano vertical de corte é rebatido sobre o plano horizontal do desenho, tombando a parte alta do corte em direção à parte esquerda do desenho. No corte rebatido sobre o plano horizontal, os ganchos para cima das barras da armadura positiva ficam voltados para a esquerda do desenho e as dobras para baixo das barras da armadura negativa ficam voltadas para a direita do desenho.

#### 4.3.5 – Lajes que suportam paredes

Com frequência são encontradas algumas lajes que suportam paredes. Por isso, no cálculo dessas lajes o peso da parede deve ser incluído entre as cargas permanentes.

##### a) Lajes armadas em duas direções

Essas lajes transmitem carga nas duas direções. O peso da parede é considerado como carga distribuída na área da laje e incluído entre as cargas permanentes.

Peso de parede (kN/m<sup>2</sup>) = peso da parede (kN) / área da laje (m<sup>2</sup>)

##### b) Lajes armadas em uma direção

Essas lajes transmitem carga em uma direção. Duas situações devem ser consideradas

##### 1. Parede na direção da armadura

Somente uma faixa de laje de largura *b* centrada com a parede sofre influência do peso da parede, como mostra a Figura 4.25. O peso da parede é considerado como carga uniformemente distribuída na área da faixa e incluído entre as cargas permanentes.

Peso de parede (kN/m<sup>2</sup>) = peso da parede (kN) / área da faixa (m<sup>2</sup>)

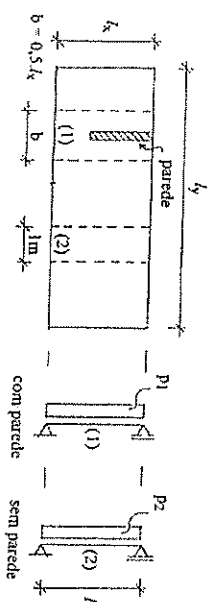


Figura 4.24 – Laje armada em uma direção com parede na direção da armadura

A largura da faixa sobre a qual se distribui o peso da parede é  $b = 0,5 \cdot l_x$ . Essa faixa será calculada como viga com largura *b* e carga uniformemente distribuída *p<sub>1</sub>* na direção do vão *l<sub>x</sub>*, igual a:

$$p_1 \text{ (kN/m)} = b \text{ (m)} \times \text{carga total na laje incluindo a parede (kN/m}^2\text{)}$$

Se houver mais de uma parede na direção da armadura, alargura da faixa entre elas fica limitada em metade da distância que as separa, de modo que não ocorra sobreposição das faixas.

A parte restante de laje será calculada como viga, tomando-se uma faixa genérica com largura unitária (1 m no cálculo) e carga distribuída *p<sub>2</sub>* na direção do vão *l<sub>x</sub>*, igual a:

$$p_2 \text{ (kN/m)} = 1 \text{ (m)} \times \text{carga total na laje excluindo a parede (kN/m}^2\text{)}$$

##### 2. Parede na direção perpendicular à da armadura

Na região em que existe parede considera-se uma faixa de laje genérica com largura unitária (1 m no cálculo) que é tratada como viga, como mostra a Figura 4.25. O peso da parede alta em cada faixa e o peso de 1 metro linear de parede considerado como carga concentrada *P* na posição em que está a parede.

$$P \text{ (kN)} = \text{peso de parede (kN/m}^2\text{)} \times \text{altura da parede (m)} \times 1 \text{ (m)}$$

Além dessa carga concentrada *P*, considera-se uma carga distribuída *p* na direção do vão *l<sub>x</sub>*, igual àquela considerada sobre a região fora da influência da parede.

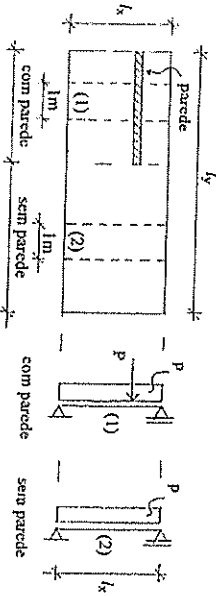


Figura 4.25 – Laje armada em uma direção com parede na direção perpendicular à da armadura

##### c) Paredes sobre lajes sem posição definida no projeto

Quando forem previstas paredes divisoras, cujas posições não estejam definidas no projeto, a NBR-6120 recomenda que o cálculo de pisos com suficiente capacidade de distribuição transversal de carga deve ser feito, admitindo além das demais cargas, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observando o valor mínimo de 1 kN/m<sup>2</sup>.

#### 4.3.6 – Apoio paralelo à direção do vão não considerado estaticamente no cálculo nas lajes armadas em uma só direção

Nas lajes armadas em uma só direção com apoios opostos livres à rotaçao, deve-se considerar os momentos fletores que aparecem no sentido transversal. No caso em que o apoio paralelo à direção do vão é livre à rotaçao, a armadura de distribuição exigida pela NBR-6118 é suficiente para cobrir esses momentos, como mostra a Figura 4.26.

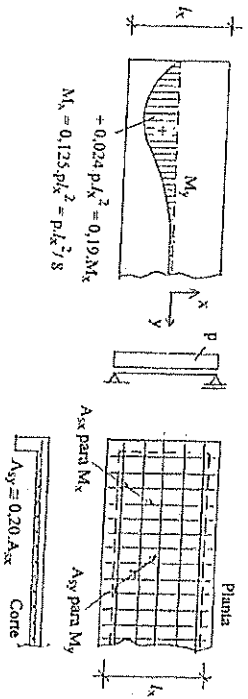


Figura 4.26 – Momento transversal positivo em lajes armadas em uma direção

No caso em que o apoio paralelo à direção do vão é interno, deve-se colocar uma armadura superior transversal ao apoio, considerando para cobrir os momentos transversais negativos, como mostra a Figura 4.27.

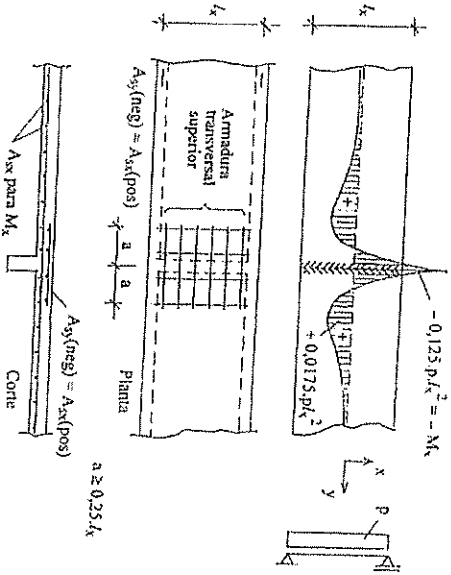


Figura 4.27 – Momento transversal negativo em lajes armadas em uma direção

Quando os apoios opostos da laje na direção do vão forem engastados, a armadura transversal será menor. Por isso, as recomendações feitas para os casos anteriores, em que os apoios opostos são livres à rotaçao, podem ser mantidas para este caso.

#### 4.3.7 – Aberturas em lajes

Quando forem previstas aberturas em lajes maciças, a sua influencia na resistencia e na deformação deve ser verificada e algumas limitações devem ser respeitadas.

Essa verificação pode ser dispensada desde que as condições indicadas na Figura 4.28 sejam obedecidas e cuidados especiais sejam tomados.

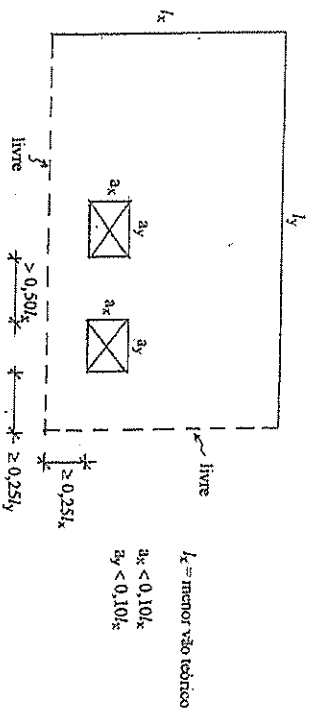


Figura 4.28 – Dimensões limites para aberturas em lajes com dispensa de verificação

1. A seção de concreto remanescente da parte central ou sobre o apoio da laje deve ser capaz de equilibrar os esforços no estado limite ultimo, correspondentes a uma seção sem aberturas, isto é, como se não houvesse abertura.
2. As barras das armaduras interrompidas devem ser substituídas por barras equivalentes de reforço colocadas ao lado da abertura e devidamente ancoradas.
3. Ver mais detalhes sobre aberturas no Capítulo 5 deste trabalho.

#### 4.3.8 – Cisalhamento em lajes – estado limite ultimo

Por serem elementos de superfície, as lajes são menos influenciadas pela força cortante do que as vigas e na maioria dos casos podem prescindir de armadura para esse fim.

##### a) Lajes sem armadura para cisalhamento

As lajes dispensam armadura para cisalhamento quando:

$$V_{sd} \leq V_{rd1}$$

onde:

- $V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo =  $\gamma_f \cdot V$
- $V$  = força cortante em serviço
- $\gamma_f$  = coeficiente de majoração das ações e solicitações = 1,4
- $V_{rd1}$  = força cortante resistente de cálculo dos elementos sem armadura para cisalhamento

Na flexão simples a força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd1}$  é dada por:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_l) b_w d$$

onde:

$$\tau_{Rd} = 0,0375 f_{ck}^{2/3} \quad (\text{MPa}) \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

$$k = 1,6 - d \geq 1 \quad \text{com } d \text{ em metros}$$

$$\rho_l = 1$$

, quando menos que 50% da armadura inferior chega até o apoio

$$\rho_l = A_{s1} / (b_w d) \leq 0,02$$

$A_{s1}$  = área da seção transversal da armadura longitudinal de tração existente no trecho de comprimento  $d + b_w$  a partir da seção considerada

$b_w$  = largura da seção da laje considerada no cálculo

$d$  = altura útil da laje

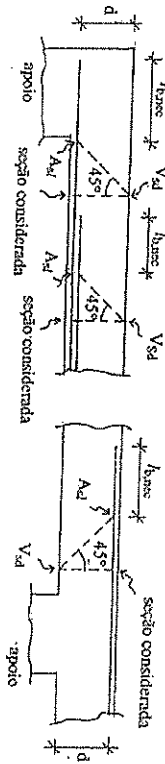


Figura 4.29 – Definição de  $A_{s1}$  para cálculo de  $V_{Rd1}$

**OBSERVAÇÃO:** Como simplificação, a expressão acima para  $V_{Rd1}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com as unidades KN, MPa e cm, com  $\gamma_c = 1,4$ :

$$V_{Rd1} = 0,00375 f_{ck}^{2/3} \cdot s_c (1,2 + 40 \rho_l) b_w d \quad (\text{KN})$$

b) Lajes com armadura para cisalhamento

A armadura para cisalhamento pode ser constituída por estribos verticais ou barras dobradas de aço CA-50 ou CA-60, como mostram as Figuras 4.30 e 4.31.

As barras dobradas são representadas pelos trechos inclinados das barras da armadura longitudinal positiva que são dobradas para cima e depois ancoradas ou das barras da armadura negativa que são dobradas para baixo e depois ancoradas, como mostra a Figura 4.30

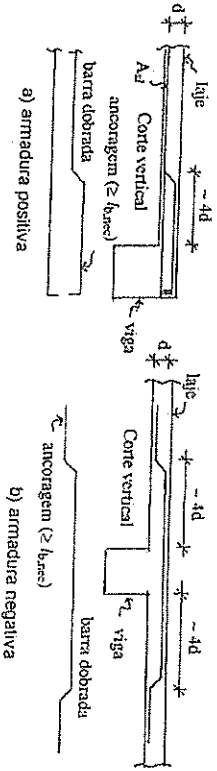


Figura 4.30 – Armadura para cisalhamento formada por barras dobradas

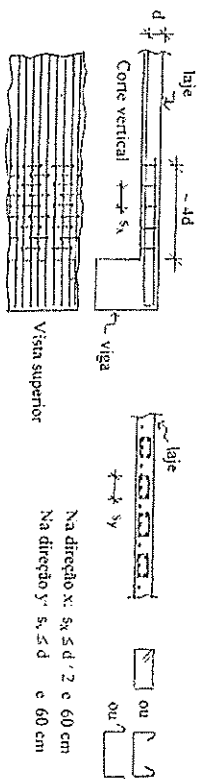


Figura 4.31 – Armadura para cisalhamento formada por estribos verticais

1. Para afastar o perigo de ruptura do concreto deve ser satisfeita a seguinte condição:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2}$$

onde:

$V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo =  $\gamma_f V$

$V$  = força cortante em serviço

$\gamma_f$  = coeficiente de majoração das ações e solicitações = 1,4

$V_{Rd2}$  = força cortante resistente de cálculo correspondente à ruptura do concreto

A força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd2}$  é dada por:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{c2} f_{cd} b_w d$$

onde:

$$\alpha_{c2} = (1 - f_{ck} / 250) \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

**OBSERVAÇÃO:** Como simplificação, a expressão acima para  $V_{Rd2}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com as unidades KN, MPa e cm, com  $\gamma_c = 1,4$ :

$$V_{Rd2} = 0,0193 (1 - f_{ck} / 250) f_{ck} b_w d \quad (\text{KN})$$

2. A resistência ao cisalhamento é assegurada quando verificada a condição:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde:

$V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo =  $\gamma_f V$

$V_{Rd3}$  = força cortante resistente de cálculo nos elementos com armadura para cisalhamento

$V_c$  = contribuição do concreto e dos mecanismos complementares na resistência ao cisalhamento

$V_{sw}$  = contribuição da armadura na resistência ao cisalhamento

3. Na flexão simples a contribuição do concreto  $V_c$  é dada por:

$$V_c = 0,5 f_{cd} b_w d$$

com:

$$f_{cd} = 0,21 f_{ck}^{2/3} / \gamma_c \quad \text{em MPa}$$

OBSERVAÇÃO: Como simplificação, a expressão anterior para  $V_c$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com as unidades KN, MPa e cm com  $\gamma_c = 1,4$ :

$$V_c = 0,009 f_{ck}^{2/3} b_w d \quad (\text{KN})$$

4. A contribuição da armadura  $V_{sw}$  é dada por:

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) 0,9d \sigma_{sw} (\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha)$$

onde:

$A_{sw}$  = área da seção transversal da armadura para cisalhamento

$s$  = espaçamento das barras da armadura medido paralelamente ao plano médio da laje na direção perpendicular ao apoio

$\alpha$  = ângulo de inclinação das barras da armadura em relação ao plano médio da laje, podendo-se tomar  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

$\sigma_{sw}$  = tensão de cálculo da armadura

5. No dimensionamento faz-se  $V_{Rd3} = V_{Ed}$ . Por isso, de 2. vem que a armadura para cisalhamento deverá ser dimensionada para:

$$V_{sw} = V_{Ed} - V_c$$

6. Define-se como taxa de armadura transversal  $\rho_w$  a relação:

$$\rho_w = A_{sw} / (b_w s \text{sen} \alpha)$$

Dessa definição e de 5, decorre que a taxa de armadura necessária vale:

$$\rho_w = (V_{Ed} - V_c) / (0,9 b_w d \sigma_{sw} (1 + \text{cot} \alpha) \text{sen}^2 \alpha, ]$$

7. Armadura constituída por barras dobradas a  $45^\circ$ :

$$\rho_w = (V_{Ed} - V_c) / (0,9 b_w d \sigma_{sw})$$

e da definição de  $\rho_w$  vem:

$$A_{sw} = 0,707 \rho_w b_w s$$

onde  $A_{sw}$  é a soma das áreas das seções transversais de todas as barras dobradas a  $45^\circ$  existentes na mesma seção na largura  $b_w$  de laje considerada no cálculo.

8. Armadura constituída por estribos verticais:

$$\rho_w = (V_{Ed} - V_c) / (0,9 b_w d \sigma_{sw})$$

e da definição de  $\rho_w$  vem:

$$A_{sw} = \rho_w b_w s$$

onde  $A_{sw}$  é a soma das áreas das seções transversais de todos os ramos de estribos existentes na mesma seção na largura  $b_w$  de laje considerada no cálculo.

9. Tensão de cálculo da armadura:

Espessura da laje	Estribos	Barras dobradas
$h \leq 15$ cm	$\sigma_{sw} = 250$ MPa	$\sigma_{sw} = 175$ MPa
$h > 35$ cm	$\sigma_{sw} = 435$ MPa	$\sigma_{sw} = 305$ MPa
$15$ cm $< h \leq 35$ cm	interpoliar linearmente	

4.4 -- Verificação de lajes – estados limites de serviço

4.4.1 – Estado limite de deformação excessiva

Para verificação do estado limite de deformação excessiva em lajes, pode ser considerado o estado I, desde que os momentos fletores sejam menores que o momento de fissuração. Na eventualidade da fissuração, deve ser considerado o estado II. Devem ser seguidos os critérios apresentados no item 10.5 do Capítulo 10 da 1ª parte deste trabalho, complementados com as orientações dadas a seguir.

a) Deslocamentos limites

Deslocamentos limites são valores decorrentes da prática que servem de referência para verificação em serviço do estado limite de deformação excessiva dos elementos estruturais. Nas lajes das estruturas de concreto dos edifícios, deverão ser obedecidas as seguintes limitações:

1. As flechas medidas a partir do plano que contém os apoios, quando atuarem todas as ações (carga total), não ultrapassarão  $l / 250$ .
2. Os deslocamentos causados pelas ações variáveis (cargas acidentais) não serão maiores que  $l / 350$ .
3. Em lajes que suportarem paredes, os deslocamentos ocorridos após a sua construção não excederão  $l / 500$  e  $10$  mm.

Nas lajes,  $l$  é o menor vão teórico, exceto nos casos de balanços para os quais  $l$  é o dobro do comprimento teórico.

Nas lajes que suportam paredes, para verificação do item 3. acima,  $l$  é o vão na direção da parede, mas não maior que o dobro do vão menor.

b) Ações de cálculo

$$F_d = F_{gk} + \psi_2 F_{qk}$$

$$\text{onde:}$$

$F_{gk}$  = valor característico das ações permanentes

$F_{qk}$  = valor característico das ações variáveis

$\psi_2 = 0,3$  para edifícios residenciais

$\psi_2 = 0,4$  para edifícios comerciais e industriais

$\psi_2 = 0,6$  para bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens

c) Momento de fissuração

Nos estados limites de utilização as estruturas funcionam parcialmente no estado I e parcialmente no estado II. A separação entre as regiões que correspondem a essas duas situações é definida pelo momento de fissuração  $M_f$ . Esse momento pode ser calculado de modo aproximado pela expressão:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{Y}$$

onde:

- $\alpha$  = fator que correlaciona de modo aproximado a resistência do concreto à tração na flexão e à tração direta
- $\alpha = 1,2$  para seções T ou duplo T
- $\alpha = 1,5$  para seções retangulares
- $Y$  = distância do centro de gravidade da seção até a fibra mais fracionada
- $I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto
- $f_{ct} = 0,21 f_{ck}^{2/3}$  no estado limite de formação de fissuras ( $f_{ct,cr}$ )
- $f_{ct} = 0,30 f_{ck}^{2/3}$  no estado limite de deformação excessiva ( $f_{ct,m}$ )

**d) Flecha imediata em lajes de concreto armado**

Por serem elementos planos, as lajes das estruturas usuais dos edifícios são menos sensíveis à fissuração do que as vigas, principalmente as lajes armadas em duas direções. Em geral, o funcionamento das lajes em serviço corresponde ao estado I, salvo lajes armadas em uma direção, muito carregadas, nas quais a fissuração pode manifestar-se caracterizando assim o estado II.

Uma avaliação aproximada da flecha imediata em lajes, pode ser realizada admitindo-se o estado I e considerando para o concreto:

$$E_{cs} = 4760 \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (\text{MPa}) \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

$$\nu = 0,2$$

A consideração da fluência é obrigatória.

módulo de deformação secante  
coeficiente de Poisson

**1. Lajes armadas em uma direção**

O cálculo da flecha deve seguir a orientação dada na alínea a) do item 4.2.4 deste trabalho. O produto de rigidez  $EI$  da laje será  $E_{cs} I_c$ , onde  $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto com largura  $b$  unitária (1 m no cálculo), desprezando-se a armadura:

$$I_c = b \cdot h^3 / 12 = 100 \cdot h^3 / 12 \quad (\text{cm}^4)$$

onde  $h$  é a espessura da laje em centímetros

**2. Lajes armadas em duas direções**

O cálculo da flecha deve seguir a orientação dada na alínea g) do item 4.2.5 deste trabalho. O produto de rigidez da laje, considerando largura unitária e desprezando a armadura, será:

$$D = E_{cs} \cdot h^3 / [12(1 - \nu^2)]$$

onde  $h$  é a espessura da laje.

Quando os momentos fletores em serviço forem maiores que o momento de fissuração calculado de acordo com a alínea c) do item 4.4.1 com  $f_{ct} = f_{ct,cr}$ , o estado II deverá ser considerado. Para esse fim passa a ter interesse a resistência  $f_{ct} = f_{ct,m}$ .

**e) Flecha diferida no tempo para lajes de concreto armado**

Flecha diferida no tempo é o acréscimo de deformação sobre a flecha imediata, decorrente do efeito da fluência que se manifesta com o tempo na presença de cargas de longa duração.

A flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada pela multiplicação da flecha imediata pelo coeficiente  $\alpha_f$  dado pela expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \cdot \rho'}$$

onde:

$$\rho' = \frac{A_s}{b_w \cdot d}$$

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$\xi(t)$  = coeficiente que é função do tempo

$$\xi(t) = 0,68 (0,996)^t, 0,32 \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses}$$

onde:

$t$  = idade, em meses, na qual se deseja o valor da flecha final

$t_0$  = idade, em meses, correspondente à data de aplicação da carga de longa duração

A flecha final será a flecha imediata multiplicada por  $(1 + \alpha_f)$

**4.4.2 – Estado limite de abertura de fissuras**

Quando o estado limite de formação de fissuras for ultrapassado, porque os momentos fletores em serviço são maiores que o momento de fissuração, deverá ser verificada a influência da abertura das fissuras sobre a durabilidade da estrutura.

Para verificação do estado limite de abertura de fissuras em lajes, devem ser seguidos os critérios apresentados no item 10.4 do Capítulo 10 da 1ª parte deste trabalho.

## 5 - DETALHES DE ARMAÇÃO DE LAJES

### 5.1 - Armaduras positivas

a) As barras da armadura positiva de aço CA-50 até  $\phi 10$  mm, de lajes apoiadas em vigas de borda com largura  $b_w \geq 20$  cm, podem terminar sem gancho. Este critério vale também para barras  $\phi 6,3$  mm e vigas com largura  $b_w \geq 15$  cm. A Figura 5.1 mostra a aplicação deste critério.

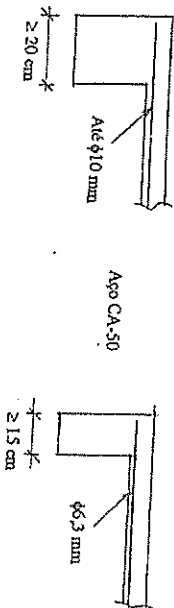


Figura 5.1 - Armadura positiva ancorada em viga de borda

bordas.

b) As barras de aço CA-25 e CA-60, devem ter ganchos, quando chegam nas vigas de

c) Quando a laje estiver apoiada em viga invertida, será necessário indicar a colocação da armadura positiva da laje sobre a armadura inferior da viga, como mostra a Figura 5.2.

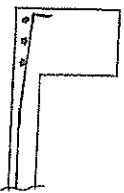


Figura 5.2 - Armadura positiva ancorada em viga de borda invertida

d) As barras da armadura positiva de lajes apoiadas em vigas internas devem ser ancoradas em 15 cm a partir da face da viga, para barras com bitola até  $\phi 12,5$  mm. Adotar ancoragem em 10 $\phi$  para barras com bitola superior a  $\phi 12,5$  mm. A Figura 5.3 mostra esses detalhes.

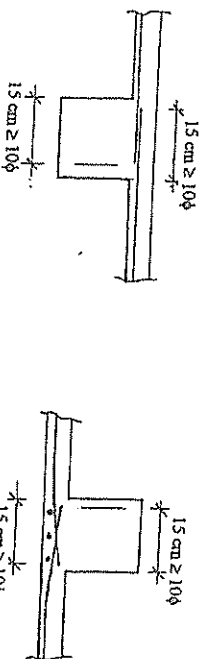


Figura 5.3 - Armadura positiva ancorada em viga interna

### 5.2 - Armaduras negativas

a) Armadura negativa em apoio interno de lajes contínuas:

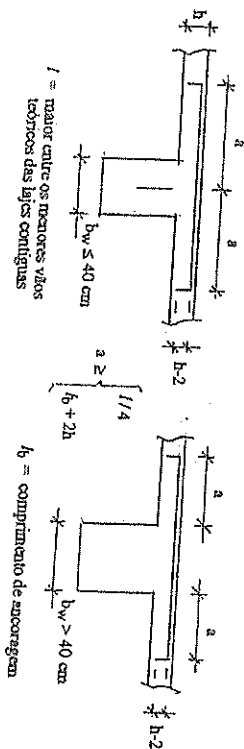


Figura 5.4 - Armaduras negativas

b) Armadura negativa em bordas apoiadas (armadura perimetral):

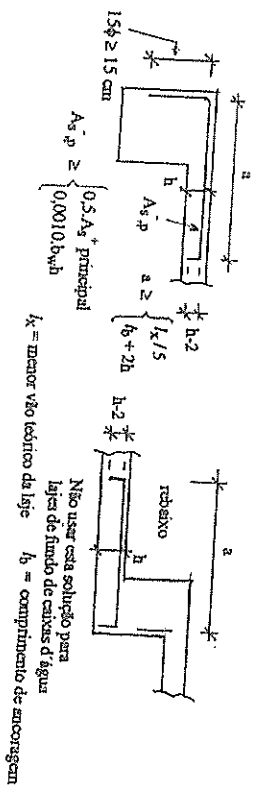


Figura 5.5 - Armadura perimetral

c) Armadura negativa em balanços contínuos com laje interna:

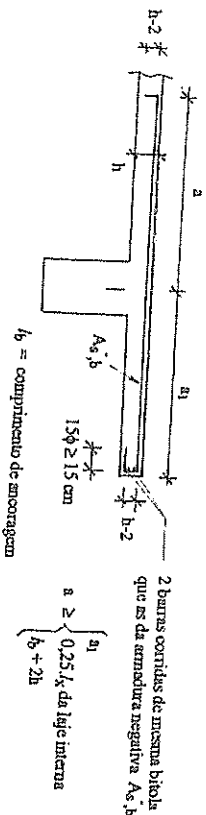


Figura 5.6 - Armadura negativa em balanços contínuos com laje interna

d) Armadura negativa em balanços sem continuidade com laje interna:

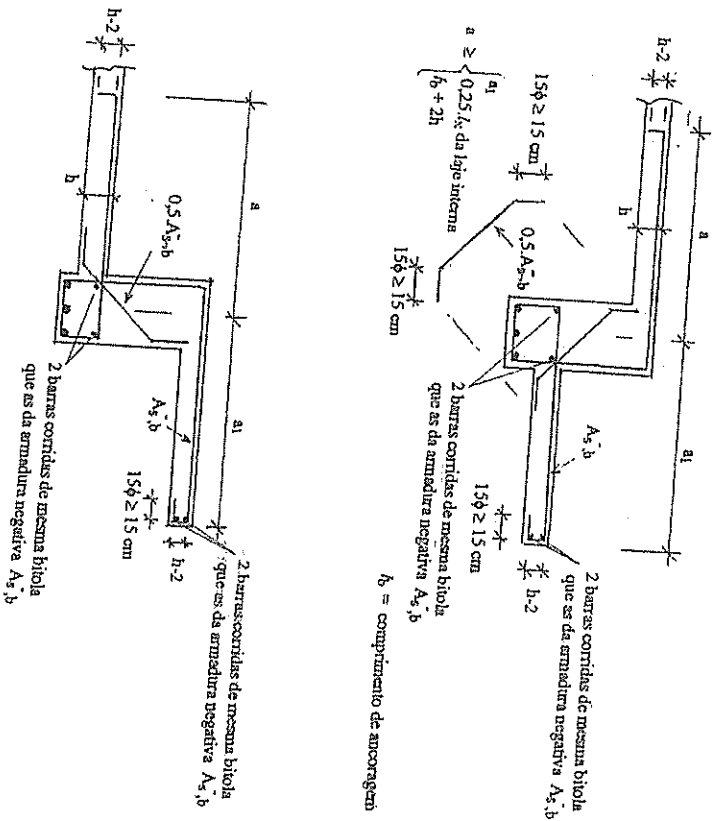
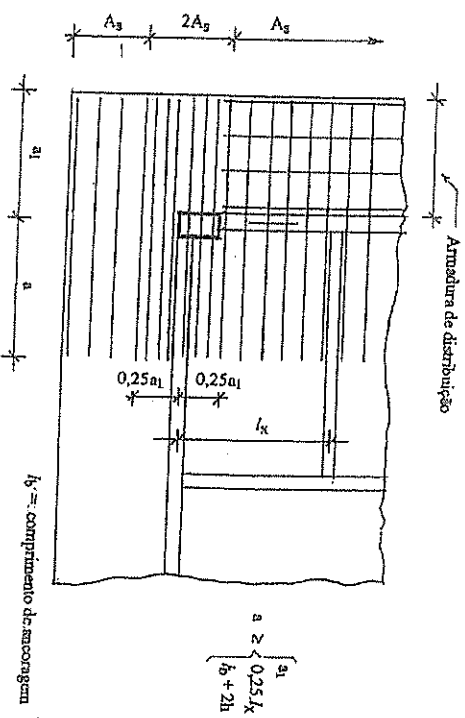


Figura 5.7 – Armadura negativa em balanços sem continuidade com laje interna

- e) Para armadura de distribuição de barras da armadura negativa, usar o seguinte critério:
- Calcular a área total da laje descontando todos os vazios (elevadores, escadas, etc.) e multiplicar a área resultante pelos seguintes coeficientes
  - 2,3 para distribuição com espaçamento de 20 cm,
  - 2,0 para distribuição com espaçamento de 25 cm,
  - 1,5 para distribuição com espaçamento de 30 cm.
- O resultado será o comprimento total, em metros, da distribuição (já incluídas as emendas de aproximadamente 30 cm).

f) Armadura negativa de laje em balanço:



OBS.: As duas armaduras devem ser superpostas

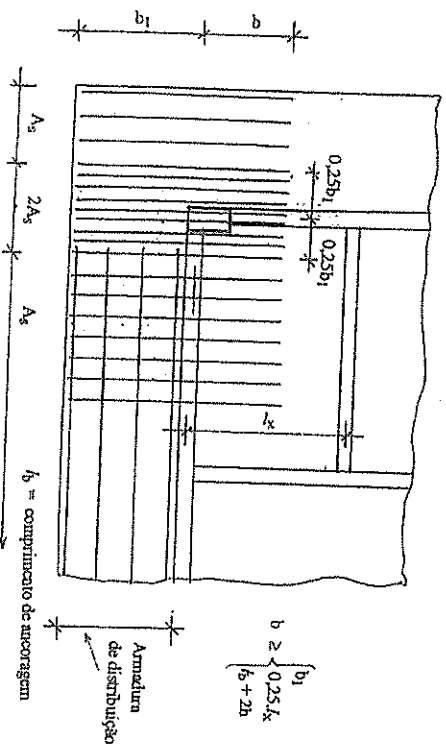


Figura 5.8 - Armadura negativa de laje em balanço

### 5.3 – Reforço para abertura em lajes

#### 5.3.1 – Lajes armadas em uma direção

Para aberturas retangulares com dimensões inferiores a um quinto do vão, basta dispor as barras de armadura resistente, que teoricamente passariam pela abertura, de acordo com o fluxo das tensões, como armadura adicional nas bordas da abertura, como mostra a Figura 5.9.

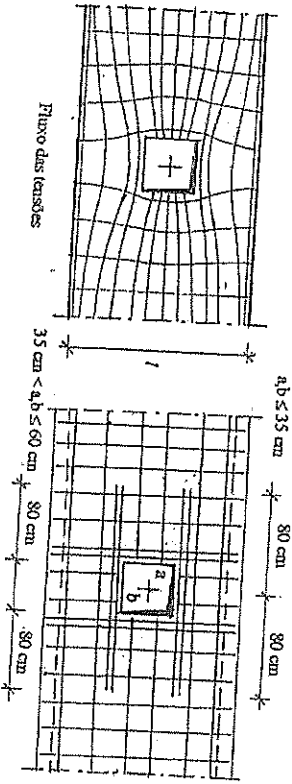


Figura 5.9 – Reforço para abertura em lajes armadas em uma direção

#### 5.3.2 – Lajes armadas em duas direções

##### a) Furos retangulares em qualquer posição na laje

$a, b \leq 35 \text{ cm}$

$35 \text{ cm} < a, b \leq 60 \text{ cm}$

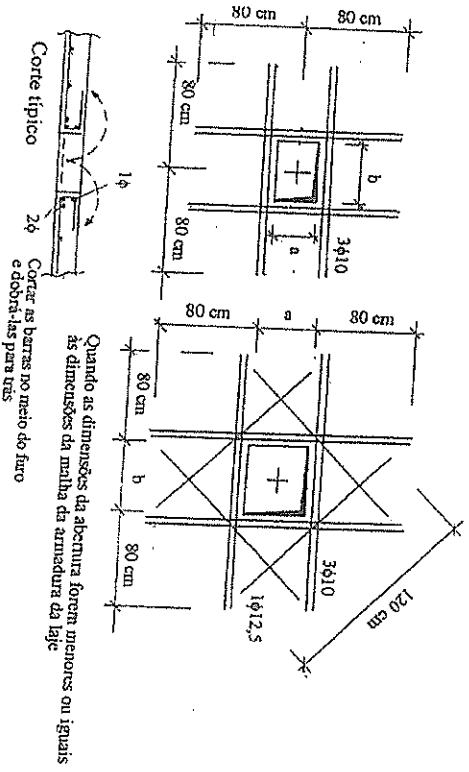
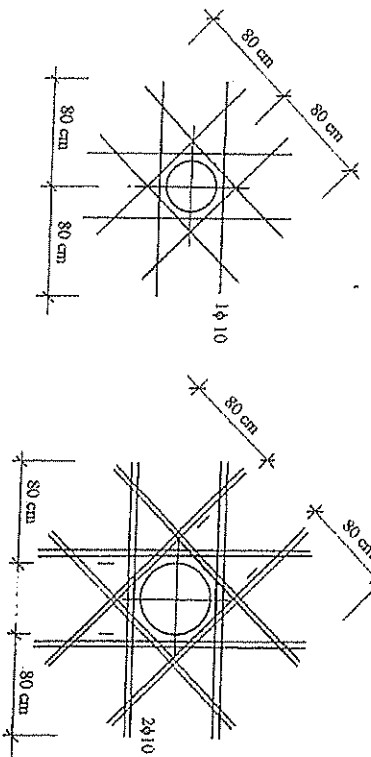


Figura 5.10 – Reforço de abertura em lajes armadas em duas direções

##### b) Furos circulares em qualquer posição na laje

Diâmetro do furo  $\leq 35 \text{ cm}$

$35 \text{ cm} < \text{Diâmetro do furo} \leq 60 \text{ cm}$



Não é necessária a barra superior

Quando as dimensões da abertura forem menores ou iguais às dimensões da malha da armadura da laje

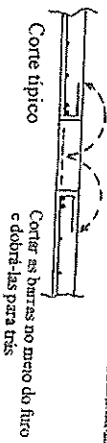


Figura 5.11 – Reforço de abertura em lajes armadas em duas direções

##### c) Furos circulares nos cantos ou perto da borda da laje se o diâmetro for $\leq 35 \text{ cm}$

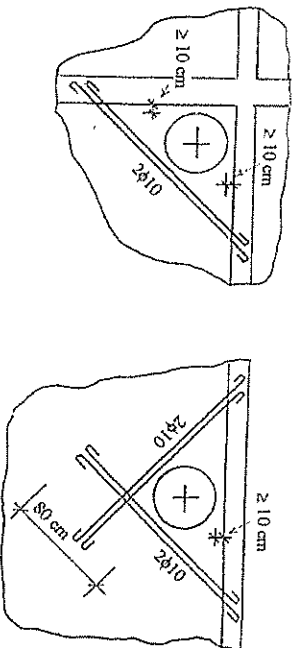


Figura 5.12 – Reforço de abertura em lajes armadas em duas direções



d) Furo retangular no canto ou perto da borda da laje

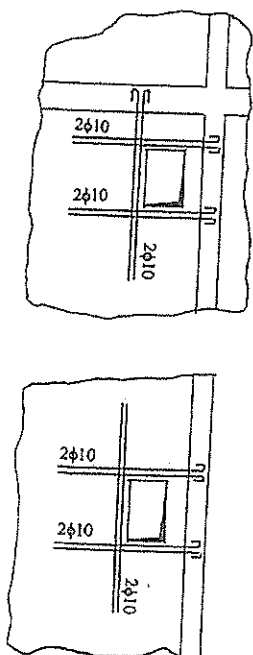


Figura 5.13 – Reforço de abertura em lajes armadas em duas direções

Para os comprimentos no lado oposto às bordas, aplicar os critérios do item 5.3.2-a.

#### 5.4 – Armaduras em bordas livres

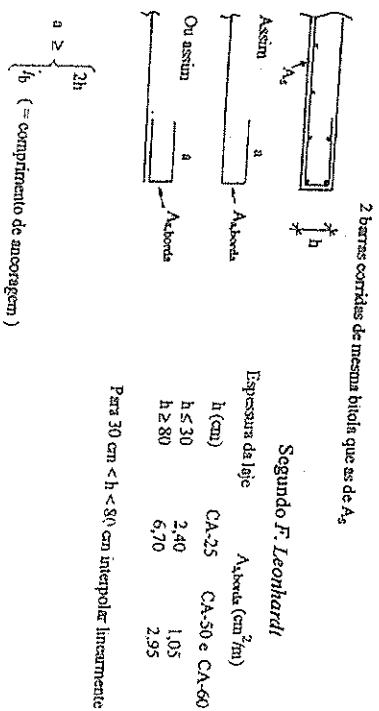


Figura 5.14 – Armadura em bordas livres

#### 5.5 – Armadura para cisalhamento em lajes

##### 5.5.1 – Cisalhamento moderado

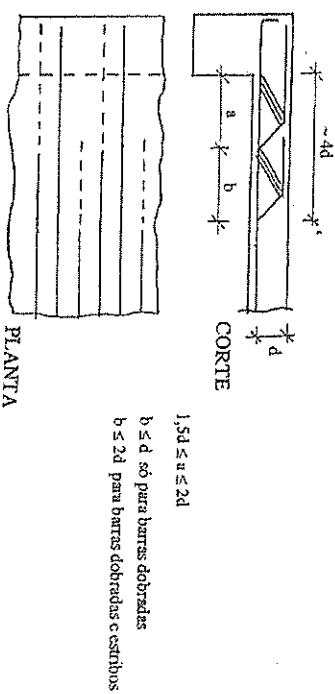


Figura 5.15 – Armadura para cisalhamento em lajes

##### 5.5.2 – Cisalhamento elevado

- Recomendam-se barras dobradas e estribos.
- Os estribos devem envolver pelo menos metade da camada mais externa da armadura.

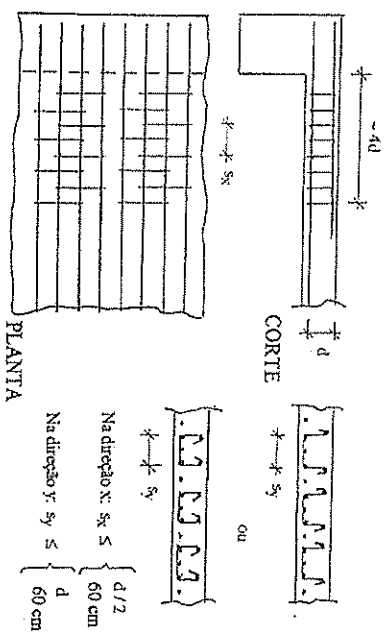


Figura 5.16 – Armadura para cisalhamento em lajes

## 6 - CISALHAMENTO EM CONCRETO ARMADO

### 6.1 - Introdução

O comportamento de uma peça de concreto armado, quando se considera a atuação de esforços tangenciais é complexo. O mecanismo resistente que se forma é tridimensional e é influenciado por vários fatores como:

- forma da seção transversal da peça,
- variação da seção ao longo do vão,
- direção das barras da armadura transversal,
- relação entre as quantidades de armadura transversal e longitudinal,
- aderência entre o aço e o concreto,
- tipo e posição das cargas atuantes, etc.

Torna-se, portanto, difícil inclinar nos estudos essas variáveis em uma teoria simples e prática. Várias teorias já foram propostas. No entanto, na prática, nenhuma delas pode ser considerada completamente satisfatória com o rigor que poderia ser desejado. Além disso, os resultados obtidos experimentalmente ainda não cobrem as muitas combinações das variáveis em jogo.

O efeito das tensões tangenciais provocadas pela força cortante é o de inclinar as principais de tração em relação ao eixo da peça. Para cargas de pequena intensidade, as tensões principais de tração não ultrapassam a resistência do concreto à tração, tornando fácil a análise do estado de tensão existente pela Teoria da Elasticidade. Entretanto, quando as cargas aumentam de intensidade, o concreto fissura e produz-se um complexo reajuste de tensões entre o concreto e as armaduras que se altera à medida que a fissuração aumenta até que seja atingida a ruína.

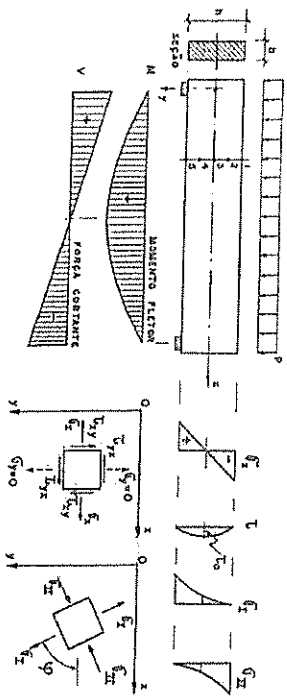
### 6.2 - Comportamento sob flexão e força cortante

#### 6.2.1 - Concreto não fissurado (estádio I)

Considere-se uma viga de concreto armado simplesmente apoiada submetida a uma carga uniformemente distribuída  $p$  como mostra a Figura 6.1.

O momento fletor  $M$  e, como consequência, as tensões  $\sigma_x$  normais à seção transversal produz tensões tangenciais  $\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx}$  que, acompanhando a variação de  $V$ , diminuem do apoio para o meio do vão.

Verifica-se então para todos os pontos da alma da peça, desde o apoio até a seção de momento fletor máximo no vão, um estado plano de tensão cujas tensões principais de tração,  $\sigma_1$ , e de compressão,  $\sigma_2$ , são inclinadas com o eixo longitudinal da peça assumindo direções diferentes em cada ponto considerando, como mostra a Figura 6.1.



Tensão normal  $\sigma_x = \frac{M}{W}$

Tensão tangencial  $\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{VS}{I}$

Tensão principal de tração  $\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}$

Tensão principal de compressão  $\sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}$

Ângulo entre  $\sigma_1$  e o eixo  $x = 19^\circ 4' = \frac{1}{2} \alpha$

Figura 6.1 - Estado plano de tensão na alma de uma viga de concreto não fissurada

Determinando-se as tensões principais e as suas direções em diversos pontos da alma da viga, pode-se obter as linhas que indicam as trajetórias das tensões principais de tração  $\sigma_1$  e de compressão  $\sigma_2$ , como mostra a Figura 6.2. Em cada ponto, as direções das tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são dadas pelas tangentes às trajetórias de tração e de compressão, respectivamente, que se cruzam ortogonalmente nesse ponto.

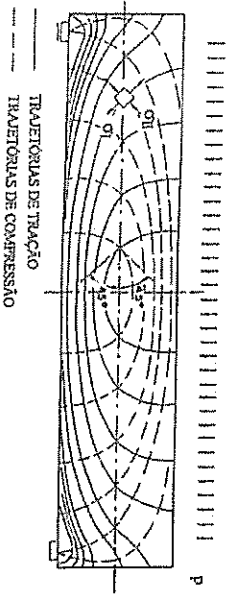


Figura 6.2 - Trajetórias das tensões principais na alma de uma viga sob carga distribuída

A Figura 6.3 apresenta uma viga simplesmente apoiada submetida a duas cargas concentradas iguais equidistantes do apoio mais próximo. As seções situadas no trecho interno as cargas estão solicitadas por flexão pura (flexão sem força cortante). Nesse trecho, as tensões principais de tração,  $\sigma_1$ , e de compressão,  $\sigma_2$ , coincidem com as tensões normais,  $\sigma_x$ , devidas à flexão, pelo fato de ser nula a tensão tangencial,  $\tau$ . Assim, nesse trecho as trajetórias de compressão e de tração são paralelas.

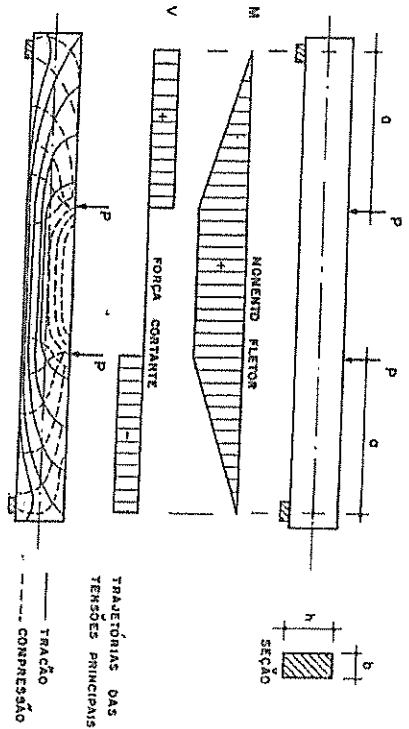


Figura 6.3 - Trajetórias das tensões principais na alma de uma viga sob duas cargas concentradas

### 6.2.2 - Concreto fissurado (Estádio II e Estádio III)

Quando a tensão principal de tração na alma atinge o valor da resistência do concreto à tração, surgem fissuras inclinadas de cisalhamento perpendiculares à direção da tensão  $\sigma_1$ , isto é, aproximadamente  $45^\circ$  na altura da região tracionada e separam o concreto da alma criando elementos inclinados, denominados *beirais* ou *diagonais comprimidas*, que absorvem os esforços inclinação de compressão causados pela tensão  $\sigma_1$ . Os esforços inclinados de tração oriundos da Essa armadura é denominada *armadura para cisalhamento* ou *armadura transversal*.

Esse panorama se mantém, com poucas modificações, até a peça atingir a ruína. A armadura transversal pode ser constituída por estribos verticais, por estribos inclinados ou por barras dobradas, como mostra a Figura 6.4.

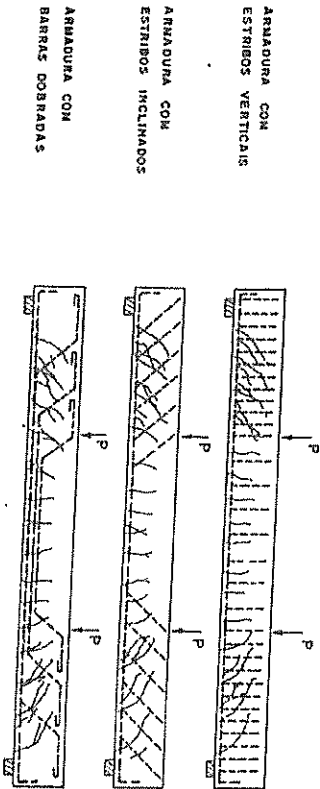


Figura 6.4 - Armaduras para cisalhamento

Barras ou estribos com inclinação entre  $45^\circ$  e  $60^\circ$  com o eixo da peça se prestam melhor como armadura para resistir os esforços de tração na alma após a fissuração do concreto, pois estão orientados obliquamente na direção da tração. Contudo, por vários motivos, a armadura transversal das peças de concreto armado é constituída preferencialmente por estribos verticais. As barras dobradas a  $45^\circ$  foram muito usadas no passado e hoje estão em desuso.

### 6.3 - A analogia da treliça clássica

A configuração das fissuras e o modo como se comportam os elementos resistentes das peças de concreto armado depois que o concreto fissura fez com que *Morich Ritter*, em Zurique, e *Emil Mörsch*, em Stuttgart, no final do século XIX e início do século XX, formassem a analogia de treliça.

A analogia da treliça clássica de *Ritter-Mörsch* admite que as peças de concreto armado solicitadas por flexão e força cortante, depois que o concreto fissura, se comportam como uma treliça, como mostra a Figura 6.5.

Na analogia da treliça clássica de *Ritter-Mörsch*:

- a treliça é isostática,
- o banzo comprimido e o banzo tracionado são paralelos e representam a zona comprimida de concreto e a armadura longitudinal tracionada, respectivamente,
- as diagonais comprimidas são inclinadas de  $45^\circ$  com os banzos e representam as bielas de concreto separadas pelas fissuras e
- os pendurais ou as diagonais tracionadas representam os estribos, verticais ou as barras inclinadas da armadura transversal, respectivamente.

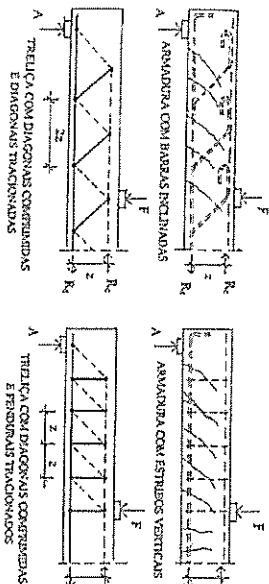


Figura 6.5 - Analogia da treliça clássica de Ritter-Mörsch

### 6.4 - Os mecanismos resistentes das peças de concreto armado sob flexão e força cortante

Depois da formulação da analogia da treliça clássica, as investigações experimentais realizadas nos anos que se seguiram mostraram que os mecanismos resistentes mobilizáveis pelas peças de concreto armado submetidas a flexão e força cortante são:

- a) pórtico ou arco atrilados,
- b) mecanismos alternativos resultantes da resistência à força cortante oferecida
  - pelo banzo comprimido,
  - pelo efeito de pino da armadura longitudinal,
  - pelo engrenamento dos agregados nas superfícies separadas pelas fissuras e
  - pela flexão dos dentes de concreto da região entre fissuras.
- c) treliça.

O primeiro mecanismo resistente é mobilizado em peças sem armadura transversal, como as lajes, e naquelas que recebem cargas concentradas próximas dos apoios, como mostra a Figura 6.6. O esquema de pórtico altirantado é possível para valores do ângulo  $\theta$  não menores que  $30^\circ$ .

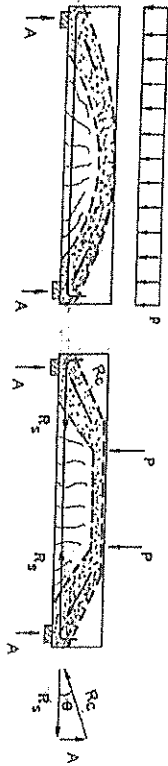


Figura 6.6 - Mecanismos de arco e de pórtico altirantados em peças sem armadura transversal. Esse mecanismo também ocorre no caso de vigas não muito esbeltas ( $2 \leq l/h \leq 3$ ), mesmo que possuam armadura transversal, como mostra a Figura 6.7.

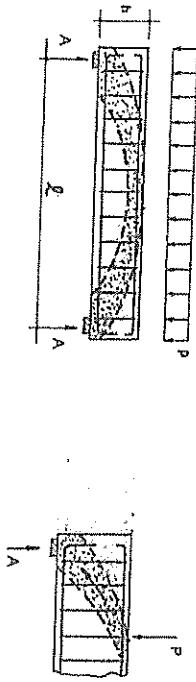


Figura 6.7 - Mecanismos de arco e de pórtico altirantados em peças com armadura transversal

O segundo mecanismo resistente é mobilizado nas peças sem armadura transversal, como as lajes, e também como mecanismo paralelo ao de treliça, nas peças com armadura transversal. Como mostra a Figura 6.8, nesse esquema colaboram na resistência ao cisalhamento:

- a resistência do banzo comprimido  $V_{cr}$
- a resistência ao corte das barras da armadura longitudinal (efeito de pino)  $V_s$
- o engastamento dos agregados nas superfícies separadas pelas fissuras  $V_{cr}$ , e
- a resistência à flexão dos dentes de concreto entre fissuras engastados na zona comprimida  $M_w$ .

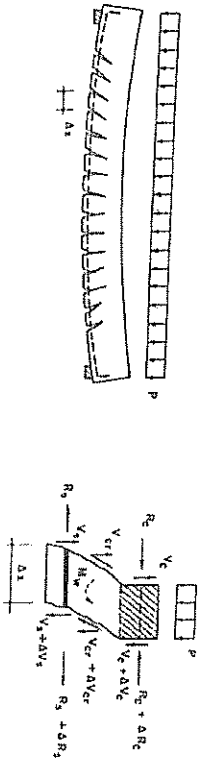


Figura 6.8 - Mecanismos resistentes alternativos

O terceiro mecanismo é a treliça, que sempre poderá ser mobilizada nas peças esbeltas ( $l/h > 3$ ) de concreto com armadura transversal, como as observações experimentais mostram, exceto nos casos de cargas concentradas muito próximas dos apoios em que será mobilizado o esquema de pórtico altirantado. Durante vários ensaios realizados, determinaram-se as tensões nas barras da armadura transversal nas várias etapas de carregamento e verificou-se que depois das etapas iniciais de carga, essa armadura actua-se tracionada. As barras levantadas comportam-se como diagonais tracionadas e os estibos verticais funcionam como pedrúns de uma treliça, embora sempre com tensão menor que a previsível pela analogia da treliça clássica de Ritter-Mörsch. Explicações para isso serão fornecidas mais adiante.

## 6.5 - Estudo do cisalhamento à luz da analogia da treliça clássica

A analogia da treliça clássica foi desenvolvida numa época em que o cálculo dos elementos estruturais de concreto armado era feito admitindo o concreto fissurado e nas condições de serviço (estado II). Verificou-se depois que essa analogia se mantém, com poucas modificações, até o elemento atingir o estado limite último (última).

### 6.5.1 - A força cortante na seção transversal

a) Caso de seção com altura constante ao longo do vão

A Figura 6.9 mostra um segmento de viga com seção qualquer, com altura constante ao longo do vão submetida à flexão simples.

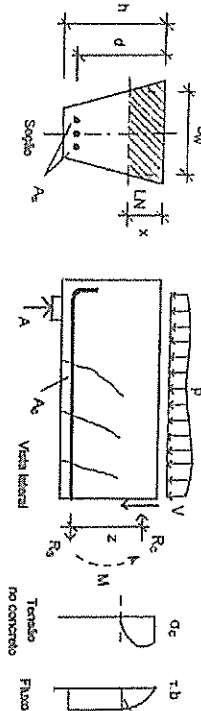


Figura 6.9 - Segmento de viga submetida à flexão simples

A força cortante que atua na seção de concreto fissurada é a força cortante solicitante  $V$  (solicitante), que equilibra na seção considerada as forças externas. Com intensidade igual e sentido contrário aos de  $V$  (solicitante) atua  $V$  (resistente), que é a resultante da tensão tangencial  $\tau$  distribuída na seção de modo que se estabeleça o equilíbrio:

$$V(\text{solicitante}) = V(\text{resistente})$$

onde

$$\tau_w = \text{tensão de referência calculada na altura da linha neutra da seção} = V / (I_w \cdot Z)$$

$$b_w = \text{largura da alma da seção na altura da linha neutra}$$

$$Z = \text{braço de alavanca dos esforços internos devidos à flexão}$$

No estado limite último,  $Z$  assume valores entre 0,85d e 0,90d, conforme a posição da linha neutra na seção. Para verificar os efeitos da força cortante, é suficiente, na prática, adotar um valor aproximado para o braço de alavanca  $Z$ . Por isso, para esse fim, adota-se  $Z = 0,8d$ .

b) - Caso de seção com altura variável ao longo do vão

Para elementos estruturais com seção de altura variável ao longo do vão, a força cortante a ser considerada é a força cortante reduzida torcida pela expressão:

$$V_{red} = V \pm (M/d) \cdot \text{tg}\beta$$

onde:

- $V_{red}$  = força cortante reduzida
- $V$  = força cortante que equilibra na seção considerada as forças externas
- $M$  = momento fletor na seção considerada
- $d$  = altura útil da seção
- $\beta$  = ângulo entre as tangentes à face superior e à face inferior do elemento na seção considerada

Na expressão acima  $V$  e  $M$  são tomados em valor absoluto e os sinais (+) ou (-) são adotados conforme a seguinte regra:

- se  $d$  e  $|M|$  crescerem no mesmo sentido, adota-se o sinal (+),
- se  $d$  e  $|M|$  crescerem em sentidos contrários, adota-se o sinal (-).

A Figura 6.10 mostra exemplos de aplicação dessa regra.

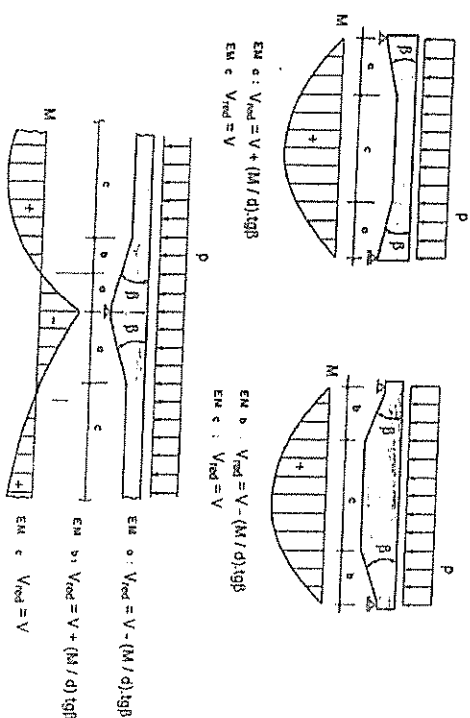


Figura 6.10 - Força cortante reduzida em vigas com seção variável ao longo do comprimento

6.5.2 - As armaduras transversais

A Figura 6.11 apresenta um trecho de viga armada com barras inclinadas mostrando a região vizinha de um dos apoios. As barras têm ângulo de inclinação  $\alpha$ , espaçamento  $s$  medido na direção do eixo da viga e área de seção transversal  $A_{sw}$ . O ângulo de inclinação das biselais é  $\theta = 45^\circ$ .

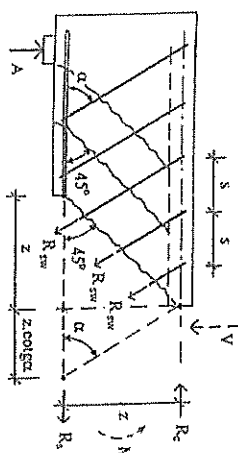


Figura 6.11 - Elemento de viga junto a um dos apoios delimitado pela fissura oblíqua

Define-se taxa de armadura transversal  $\rho_w$  como sendo a relação:

$$\rho_w = A_{sw} / (D_w \cdot s \cdot \text{sen}\alpha)$$

A taxa de armadura transversal necessária correspondente às barras que cruzam a superfície inclinada de ruptura é dada por:

$$\rho_w = V / (0,9 \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{sw} \cdot (1 + \cot\alpha) \cdot \text{sen}^2 \alpha)$$

a) Para armadura transversal constituída por barras dobradas,  $\alpha = 45^\circ$ , vem:

$$\rho_w = V / (0,9 \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{sw})$$

e da definição de  $\rho_w$  vem:

$$A_{sw} = 0,707 \rho_w \cdot b_w \cdot s$$

onde  $A_{sw}$  é a área da seção transversal de uma barra inclinada de  $45^\circ$ ,

b) Para armadura transversal constituída por estribos verticais,  $\alpha = 90^\circ$ , vem:

$$\rho_w = V / (0,9 \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{sw})$$

e da definição de  $\rho_w$  vem:

$$A_{sw} = \rho_w \cdot b_w \cdot s$$

onde  $A_{sw}$  é a soma das áreas das seções transversais de todos os ramos de estribos considerados na mesma seção da peça. Para estribos simples, corresponde aos dois ramos, para estribos duplos, corresponde aos quatro ramos, e assim por diante.

### 6.5.3 - As bielas de concreto

A Figura 6.12 apresenta um trecho de viga armada com barras inclinadas mostrando a região vizinha de um dos apoios. As barras têm ângulo de inclinação  $\alpha$  e as bielas têm ângulo de inclinação  $\theta = 45^\circ$ .

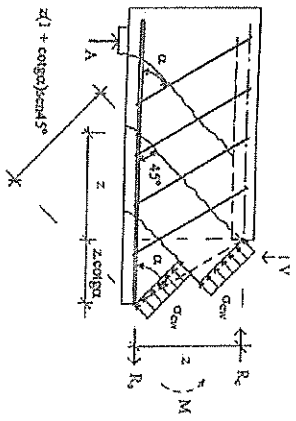


Figura 6.12 - Elemento de viga junto a um dos apoios delimitado pela seção transversal das bielas

A tensão de compressão  $\sigma_{cw}$  na seção transversal das bielas de concreto é dada por:

$$\sigma_{cw} = 2V / (0,9 b_w d (1 + \cot \alpha))$$

a) Para armadura transversal constituída por barras dobradas,  $\alpha = 45^\circ$ , vem:

$$\sigma_{cw} = V / (0,9 b_w d)$$

b) Para armadura transversal constituída por estribos verticais,  $\alpha = 90^\circ$ , vem:

$$\sigma_{cw} = 2V / (0,9 b_w d)$$

### 6.6 - A analogia da treliça generalizada

#### 6.6.1 - Resultados de observações experimentais

Ensaios realizados com vigas de concreto, em cujo decorrer se determinaram os estirpos internos mediante medidas das deformações nas armaduras e no concreto, permitiram comparar os valores reais com aqueles teóricos determinados através da analogia da treliça clássica de Ritter-Mörsch. Esses ensaios mostraram que essa analogia tem imperfeições que atuam a favor da segurança e que, quando ela é usada, leva a armaduras maiores que as realmente necessárias.

As conclusões desses ensaios foram as seguintes:

a) A tensão  $\sigma_{cw}$  observada na armadura transversal é menor que a prevista pela analogia da treliça clássica. A Figura 6.13 mostra a variação da tensão  $\sigma_{cw}$  nos estibos de uma viga em função da força cortante V, onde se percebe uma defasagem  $\Delta V$  entre a curva experimental e a reta teórica da analogia da treliça clássica. A viga atinge a ruína com carga maior que a teórica.

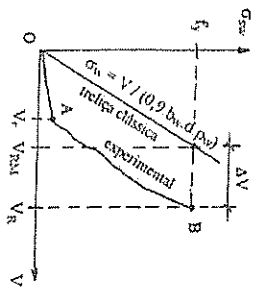


Figura 6.13 - Variação típica da tensão nos estibos de uma viga de concreto armado

Na curva experimental, o trecho O-A corresponde ao estágio em que as fissuras oblíquas de cisalhamento ainda não se formaram na alma. A tensão nos estibos aumenta lentamente. O ponto A, de transição, corresponde ao início de fissuração da alma. O trecho A-B, quase paralelo à reta teórica, corresponde ao estágio em que a alma está fissurada e mobiliza os estibos em mobilização. Nesse trecho a tensão aumenta mais depressa do que antes até a ruína da viga em B.

b) A tensão de compressão  $\sigma_{cw}$  nas bielas comprimidas de concreto é cerca de 10% maior do que a prevista pela analogia da treliça clássica.

c) Nas regiões mais solicitadas por força cortante as fissuras, e em decorrência delas as bielas, se apresentam com ângulo de inclinação  $\theta < 45^\circ$ . Em peças com seção retangular observou-se  $30^\circ < \theta < 40^\circ$  e em outras com seção T verificou-se  $40^\circ < \theta < 45^\circ$ .

d) As medidas das deformações do concreto na borda comprimida e dos estibos mostraram que a região de concreto comprimida pela flexão é curva. Ela se inclina em direção aos apoios, como mostra a Figura 6.14. Por isso, a resultante de compressão  $R_c$  é inclinada e equilibra uma parte da força cortante na seção. Isto permite concluir que o banço comprimido da treliça é inclinado e não paralelo ao banço traçado como considera a analogia da treliça clássica.

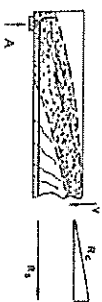


Figura 6.14 - Banço comprimido da treliça inclinado

e) Observou-se ainda nos ensaios que uma parte da força cortante não é absorvida nem pelo banço comprimido nem pela armadura transversal. Essa parcela cabe aos efeitos secundários como o engastamento dos agredados nas superfícies separadas pelas fissuras e o efeito de pino das barras da armadura longitudinal, como mostram as Figuras 6.15-a e 6.15-b, respectivamente.

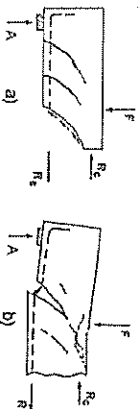


Figura 6.15 - Mecanismos resistentes secundários

## 6.5.2 - Consequências práticas

- a) A taxa de armadura transversal  $\rho_w$  pode ser menor que a obtida pela analogia da treliça clássica usada por muito tempo. Primeiro, porque parte da força cortante é resistida pelo engastamento dos agregados, pelo efeito da pino das barras da armadura longitudinal e, principalmente, pelo banço comprimido, que é inclinado e não paralelo ao banço traçadado. Segundo, porque a solicitação da armadura transversal é menor, que a esperada por terem as diagonais comprimidas inclinação menor que  $45^\circ$ .
- b) A inclinação das diagonais comprimidas, por ser menor, que  $45^\circ$ , aumenta as tensões  $\sigma_{cw}$  de compressão na alma da peça. Isto aumenta o perigo de ruptura por compressão das bielas de cisalhamento, como acontece na flexão. Esta situação deve ser evitada, limitando-se superiormente o valor da tensão  $\sigma_{cw}$  de compressão nas bielas, para que resultem peças subarmadas.

### 6.5.3 - Resultado final

A analogia da treliça clássica foi proposta por W. Ritter e E. Morsch por volta de 1900. Com essa idealização e apoiado em resultados de ensaios, Morsch desenvolveu nos anos seguintes uma teoria para cálculo das armaduras transversais que mereceu reconhecimento mundial.

Entretanto, com o passar do tempo, outros ensaios realizados posteriormente em várias partes do mundo permitiram esclarecer melhor o problema do cisalhamento, como foi mostrado no item 6.5.1. Os resultados desses ensaios então sugeriram modificações no modelo clássico da treliça para torná-lo mais fiel à realidade. As modificações introduzidas na analogia da treliça clássica deram como resultado a analogia da treliça generalizada.

O modelo sobre o qual se apóia a analogia da treliça generalizada é mostrado na Figura 6.16 e se distingue do modelo clássico pelas seguintes características:

- a treliça é internamente hiperestática,
- o banço comprimido possui inclinação variável e
- as diagonais comprimidas possuem ângulo de inclinação entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  com o banço traçadado.

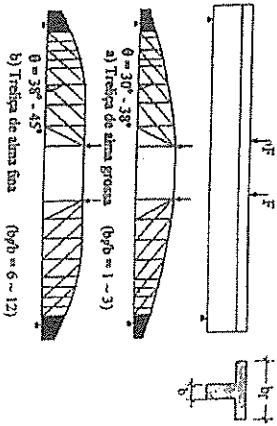


Figura 6.16 - Modelos de treliça generalizada

Para o dimensionamento das armaduras transversais, na prática esse modelo de treliça não é apropriado porque exige trabalho de cálculo bastante penoso. Contudo, ele é útil para a interpretação do comportamento estrutural. Por esse razão, esse modelo é visto apenas com essa finalidade.

Para aplicações práticas, foi desenvolvido um artifício de cálculo para contornar esse problema, que permite obter de modo mais simples armaduras transversais mais econômicas do que as previstas por excesso pela analogia da treliça clássica.

## 6.7 - Dimensionamento de vigas ao cisalhamento

O dimensionamento ao cisalhamento é realizado com o objetivo de garantir segurança total contra a ruína por força cortante antes que aconteça a ruína por flexão. Os esforços de tração que surgem na alma dos elementos estruturais de concreto devem ser absorvidos totalmente pela armadura transversal, não se atribuindo ao concreto a absorção de qualquer parte desse esforço de tração.

As orientações apresentadas não se aplicam às vigas paradas e aos consolos curtos.

Vigas paradas são as vigas simplesmente apoiadas com relação  $l/h \leq 2$  e contínuas com relação  $l/h \leq 3$ .

Consolos curtos são as vigas em balanço com relação  $l/h \leq 1$ .

### 6.7.1 - Condições de resistência

No dimensionamento dos elementos de concreto armado à força cortante, admite-se que os seus esforços internos sejam aqueles decorrentes do valor de cálculo das ações que os levam ao estado limite último. Assim, o valor de cálculo da força cortante solicitante,  $V_{sd}$ , em qualquer seção deve ser menor ou igual ao valor de cálculo da força cortante resistente,  $V_{rd}$ .

Admite-se que a resistência de um elemento estrutural, numa dada seção, é assegurada quando são respeitadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{sd} \leq V_{rd2}$$

$$V_{sd} \leq V_{rd3}$$

onde

$V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo

$V_{rd2}$  = força cortante resistente de cálculo correspondente à ruína por compressão das diagonais de concreto

$V_{rd3}$  = força cortante resistente de cálculo correspondente à ruína por tração dos elementos da armadura transversal

A força cortante solicitante de cálculo vale:

$$V_{sd} = \gamma_f V$$

onde:

$V_{sd}$  = valor de cálculo da força cortante no estado limite último

$V$  = valor da força cortante em serviço

$\gamma_f$  = coeficiente de majoração das ações e solicitações = 1,4

As forças cortantes resistentes de cálculo  $V_{rd2}$  e  $V_{rd3}$  serão apresentadas adiante.

Nas regiões de apoio, os cálculos devem considerar a força cortante que age na face do apoio, permitindo-se as reduções indicadas no item 6.7.7

### 6.7.2 - Princípios gerais do dimensionamento

Aplica-se no dimensionamento o que foi apresentado nos itens 6.5.1 e 6.5.2, agora com  $V_{sd}$  em lugar de  $V$ .

Considerando-se a situação de dimensionamento, a Figura 6.13 resultante de ensaios pode ser reletta assumindo a forma da Figura 6.17 com  $V_{rd2}$ ,  $V_c$  e  $f_{wd}$  em lugar de  $V_d$ ,  $\Delta V$  e  $f_y$ , respectivamente. A tensão  $f_{wd}$  é o limite de escoamento de cálculo do aço da armadura transversal.

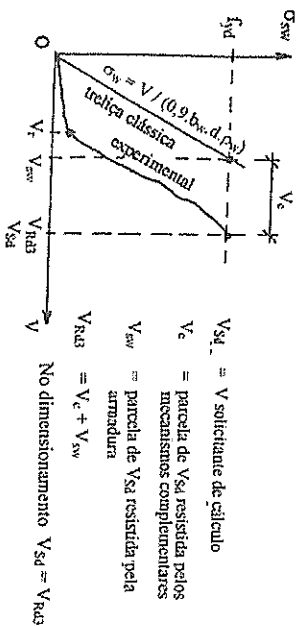


Figura 6.17 - Variação típica da tensão nos esboços de uma viga de concreto armado

Admite-se que a força cortante resistente,  $V_{Rd3}$ , oferecida pelos elementos estruturais de concreto armado seja a soma de duas parcelas. A primeira é chamada de contribuição do concreto,  $V_c$ , e representa a soma das contribuições do banco comprimido, do engrenamento dos agregados e do efeito de pino das barras da armadura longitudinal na resistência ao cisalhamento. A segunda,  $V_{sw}$ , representa a parte da força cortante resistida pela armadura transversal. Então:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde:

$V_{Rd3}$  = força cortante resistente de cálculo nos elementos com armadura transversal  
 $V_c$  = parcela de força cortante resistida pelos mecanismos complementares ao de treliça  
 $V_{sw}$  = parcela de força cortante resistida pela armadura transversal

No dimensionamento faz-se  $V_{Rd3} = V_{Sd}$  do que resulta:

$$V_{Sd} = V_c + V_{sw}$$

Assim, conclui-se que cabe à armadura transversal resistir não a força cortante  $V_{Sd}$  integral mas apenas a diferença:

$$V_{sw} = V_{Sd} - V_c$$

Como sugere a Figura 6.17, esse raciocínio equivale a considerar uma translação da curva real das tensões na armadura transversal para a esquerda fazendo-a superpor-se à reta teórica das tensões previstas pela analogia da treliça clássica. Com esse artifício, pode-se manter formalmente a analogia da treliça clássica para cálculo da armadura transversal, usufruindo da simplicidade e compensando as imperfeições da teoria original e obter armaduras para cisalhamento mais econômicas. Desse modo, essa armadura poderá ser dimensionada pela analogia da treliça clássica de Ritter-Mörsch, como foi mostrado no item 6.5.2, adotando ( $V_{Sd} - V_c$ ) em lugar de  $V_{Sd}$ .

Nas peças com altura variável far-se-á a devida correção no valor de cálculo de  $V_{sw}$ , subtraindo-se do seu valor absoluto (se  $M_{Sd}$  em valor absoluto e  $d$  crescerem no mesmo sentido), ou a ele acrescentando-se (se  $M_{Sd}$  em valor absoluto e  $d$  crescerem em sentidos contrários) a quantidade ( $M_{Sd} / d$ ),  $l g \beta$ , onde  $\beta$  é o ângulo entre as tangentes às faces superior e inferior do elemento na seção considerada, não se tomando inclinação maior que  $1 : 3$ . Nesse caso faz-se  $V_c = 0$ .

### 6.7.3 - A parcela de redução $V_c$

A parcela de redução  $V_c$ , que corresponde à contribuição do banco comprimido, do engrenamento dos agregados e do efeito de pino das barras da armadura longitudinal na resistência ao cisalhamento, é dada por:

$V_c = V_{co}$  na flexão simples e na flexão-tração com a linha neutra cortando a seção  
 $V_c = V_{co}(1 + M_0 / M_{Sd,max})$  na flexão-compressão  
 $V_c = 0$  na flexão-tração com a linha neutra situada fora da seção

onde:

$$V_{co} = 0,6 f_{td} b_w d$$

com:

$f_{td} = f_{ctk,int} / \gamma_s$  (MPa)  
 $f_{ctk,int} = 0,21 f_{ct}$   
 $b_w$  = menor largura da alma da seção transversal ao longo da altura  
 $d$  = altura útil da seção transversal

A influência da força normal externa de compressão é dada pelo fator

$$(1 + M_0 / M_{Sd,max}) \leq 2$$

onde:

$M_0$  = valor do momento que anula a tensão normal na borda menos comprimida provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com  $V_{Sd}$ , sendo essa tensão calculada com  $\gamma = 1$ , os momentos correspondentes a essas forças normais não devem ser considerados no cálculo dessa tensão pois são considerados em  $M_{Sd}$ .  
 $M_{Sd,max}$  = momento fletor de cálculo na seção transversal que está mais solicitada à flexão no trecho considerado pelo cálculo, pode ser tomado como o momento de maior valor no semitranso considerado.

Como simplificação, a expressão acima para  $V_{co}$  pode ser colocada em função de  $f_{ct}$  com as unidades KN, MPa e cm e  $\gamma_c = 1,4$ :

$$V_{co} = 0,009 f_{ct}^{2/3} b_w d \quad (\text{KN})$$

Admite-se  $V_c = 0$  quando, nas peças de altura variável, o valor absoluto de  $V_{Sd}$  tiver sido alterado conforme o que se apresenta no item 6.5.1-b.

### 6.7.4 - Armadura transversal

Define-se taxa de armadura transversal  $p_w$  como sendo a relação:

$$p_w = A_{sw} / (b_w s \sin \alpha)$$

onde:

$A_{sw}$  = área da seção transversal das barras da armadura transversal na mesma seção  
 $b_w$  = largura média da alma da seção transversal ao longo da altura  
 $\alpha$  = ângulo da inclinação das barras da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$   
 $s$  = espaçamento das barras medido na direção longitudinal do elemento estrutural

A armadura transversal das vigas e das lajes para resistir os esforços oriundos da força cortante deve ser calculada pela analogia da treliça clássica, com base na seguinte força cortante:

$$V_{sw} = V_{Sd} - V_c$$



Nas vigas, o esforço oriundo da força cortante poderá ser resistido só por estribos ou por barras dobradas e estribos, não podendo caber às barras dobradas mais do que 60% do esforço total a ser resistido por armadura.

Assim, aplicando o exposto nos itens 6.5.2 e 6.7.2, a taxa de armadura transversal será:

a) Para armadura transversal constituída por barras dobradas,  $\alpha = 45^\circ$ :

$$p_w = (V_{sd} - V_c) / (0,9 b_w d \sigma_{sw})$$

e da definição de  $p_w$  vem:

$$A_{sw} = 0,707 p_w b_w s$$

onde  $A_{sw}$  é a área da seção transversal de uma barra inclinada de  $45^\circ$ .

b) Para armadura transversal constituída por estribos verticais,  $\alpha = 90^\circ$ :

$$p_w = (V_{sd} - V_c) / (0,9 b_w d \sigma_{sw})$$

e da definição de  $p_w$  vem:

$$A_{sw} = p_w b_w s$$

onde  $A_{sw}$  é a soma das áreas das seções transversais de todos os ramos de estribos considerados na mesma seção do elemento estrutural. Para estribos simples, correspondendo aos dois ramos, corresponde aos quatro ramos, e assim por diante.

A tensão  $\sigma_{sw}$  na armadura transversal das vigas não poderá ultrapassar o valor da resistência de cálculo  $f_{td}$  do aço, no caso de estribos, e 70% desse valor, no caso de barras dobradas, não se tomando em ambos os casos valor superior a 435 MPa.

Estribos

CA-25  $\sigma_{sw} = 217$  MPa

CA-50 e CA-60  $\sigma_{sw} = 435$  MPa

Barras dobradas

CA-25  $\sigma_{sw} = 152$  MPa

CA-50 e CA-60  $\sigma_{sw} = 305$  MPa

### 6.7.5 - Armadura transversal mínima

As vigas sempre deverão ter armadura transversal, que satisfaça a condição:

$$p_w \geq p_{w,min}$$

onde:

$$p_{w,min} = 0,2 f_{ctm} / f_{yk}$$

com:

$f_{ctm}$  = resistência média do concreto à tração =  $0,3 f_{ck}^{2/3}$  (MPa)

$f_{yk}$  = valor característico do limite de escoamento do aço da armadura (MPa)

Como simplificação, a expressão acima para  $p_{w,min}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  e da categoria do aço da armadura com a unidade MPa:

$$p_{w,min} = 0,00024 f_{ck}^{2/3} \quad \text{para CA-25}$$

$$p_{w,min} = 0,00012 f_{ck}^{2/3} \quad \text{para CA-50 e CA-60}$$

### 6.7.6 - Verificação do concreto

Para afastar o perigo de ruptura brusca das diagonais comprimidas de concreto, a seguinte condição deverá ser satisfeita:

$$V_{sd} \leq V_{rd2}$$

onde

$$V_{rd2} = 0,27 \alpha_2 f_{ctd} b_w d$$

com

$$\alpha_2 = (1 - f_{ck}/250) \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

$b_w$  = menor largura da alma da seção transversal ao longo da altura

$d$  = altura útil da seção transversal

Como simplificação, a expressão acima para  $V_{rd2}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com as unidades KN, MPa e cm e  $\gamma_c = 1,4$ :

$$V_{rd2} = 0,193 (1 - f_{ck}/250) f_{ck} b_w d \quad (\text{KN})$$

### 6.7.7 - Cargas próximas dos apoios

Para cálculo da armadura transversal, se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas do elemento estrutural, comprimindo-o:

a) a força cortante oriunda de carga distribuída poderá ser considerada no trecho entre o apoio e a seção situada à distância  $d/2$  da face do apoio, constante e igual à desta seção;

b) a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância  $a \leq 2d$  do centro do apoio poderá, nesse trecho de comprimento  $a$ , ser reduzida multiplicando-a por  $a/(2d)$ .

Quando se considera a redução da força cortante no caso de carga concentrada próxima do apoio, as seguintes recomendações devem ser atendidas:

a) nos apoios extremos, toda a armadura longitudinal tracionada necessária no trecho de comprimento  $a$  deve ser ancorada no apoio;

b) nos apoios intermediários, a armadura longitudinal tracionada necessária deve prolongar-se até pelo menos  $a + l_{o,nec}$  na direção do vão ( $l_{o,nec}$  é o comprimento de ancoragem necessário – ver Capítulo 7).

#### OBSERVAÇÕES:

1. Essas reduções são permitidas apenas no caso de apoio direto (quando a carga e a reação de apoio são aplicadas em faces opostas da peça, comprimindo-a);

2. Essas reduções não são permitidas:

- no caso de apoio indireto (quando a carga e a reação de apoio são aplicadas na mesma face da peça);

- para verificação da resistência das diagonais comprimidas de concreto.

### 6.8 – Dimensionamento de lajes ao cisalhamento

Por serem elementos de superfície, as lajes são menos influenciadas pela força cortante do que as vigas e na maioria dos casos podem prescindir de armadura para esse fim

### 6.8.1 - Lajes sem armadura para cisalhamento

As lajes dispensam armadura para cisalhamento quando:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1}$$

onde:

$V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo =  $\gamma_f V$   
 $V$  = força cortante em serviço

$\gamma_f$  = coeficiente de majoração das ações e solicitações = 1,4  
 $V_{Rd1}$  = força cortante resistente de cálculo dos elementos sem armadura para cisalhamento

Na flexão simples a força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd1}$  é dada por:

$$V_{Rd1} = \eta_{rd} k (1,2 + 40, \rho_l) b_w d$$

onde:

$$\eta_{rd} = 0,0375 f_{ck}^{2/3} \quad (\text{MPa}) \quad \text{com } \eta_c = 1,4$$

$$k = 1,6 - d \quad \text{com } d \text{ em metros}$$

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w d) \leq 0,02$$

$A_{sl}$  = área da seção transversal da armadura longitudinal de treção existente no trecho de comprimento  $d + h_{nec}$  a partir da seção considerada, como indica a Figura 6.18.  $f_{ct,rec}$  é o comprimento de ancoragem necessário – ver Capítulo 7)  
 $b_w$  = largura da seção da laje considerada no cálculo  
 $d$  = altura útil da laje

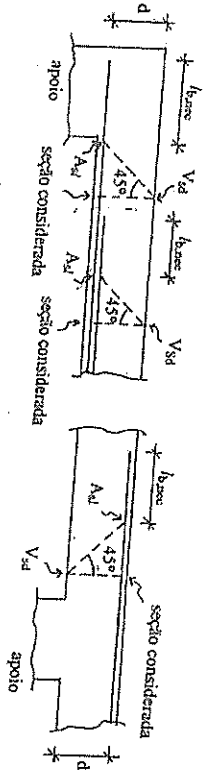


Figura 6.18 - Definição de  $A_{sl}$  para cálculo de  $V_{Rd1}$

OBSERVAÇÃO: Como simplificação, a expressão acima para  $V_{Rd1}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com as unidades kN, MPa e cm, com  $\eta_c = 1,4$ :

$$V_{Rd1} = 0,00375 f_{ck}^{2/3} k (1,2 + 40, \rho_l) b_w d \quad (\text{kN})$$

### 6.8.2 - Lajes com armadura para cisalhamento

As lajes devem ter armadura para cisalhamento quando:

$$V_{sd} > V_{Rd1}$$

A armadura para cisalhamento pode ser constituída por estribos verticais ou barras dobradas de aço CA-50 ou CA-60.

As barras dobradas são representadas pelos trechos inclinados das barras da armadura longitudinal positiva que são dobradas para cima e depois ancoradas ou das barras da armadura negativa que são dobradas para baixo e depois ancoradas, como mostra a Figura 6.19.

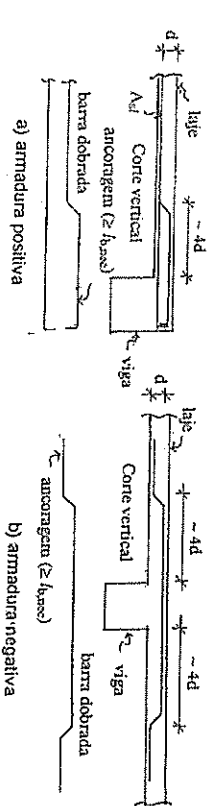


Figura 6.19 - Armadura para cisalhamento formada por barras dobradas

No caso de armadura constituída por estribos, como mostra a Figura 6.20, é preciso acrescentar barras longitudinais de montagem no lado oposto ao da armadura longitudinal de flexão para prender dos estribos.

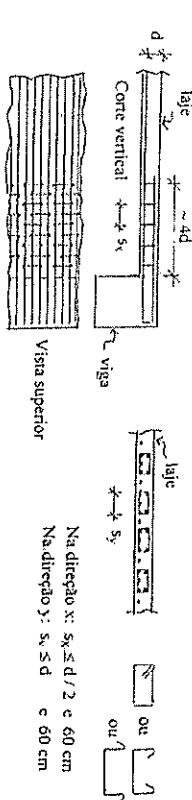


Figura 6.20 - Armadura para cisalhamento formada por estribos

1. Para afastar o perigo de ruptura do concreto deve ser satisfeita a seguinte condição:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

onde:

$V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo =  $\gamma_f V$

$V$  = força cortante em serviço

$\gamma_f$  = coeficiente de majoração das ações e solicitações = 1,4

$V_{Rd2}$  = força cortante resistente de cálculo correspondente à ruptura do concreto

A força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd2}$  é dada por:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{r2} f_{ct,d} b_w 0,9d$$

onde:

$$\alpha_{r2} = (1 - f_{ck} / 250) \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

OBSERVAÇÃO: Como simplificação, a expressão acima para  $V_{Rd2}$  pode ser colocada em função de  $f_{ct}$  com as unidades kN, MPa e cm, com  $\eta_c = 1,4$ :

$$V_{Rd2} = 0,0193 (1 - f_{ck} / 250) f_{ct} b_w d \quad (\text{kN})$$

2. A resistência ao cisalhamento é assegurada quando for verificada a condição:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde:

- $V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo =  $\gamma_f \cdot V$
- $V_{rd}$  = força cortante resistente de cálculo nos elementos com armadura para cisalhamento
- $V_c$  = contribuição do concreto e dos mecanismos complementares na resistência ao cisalhamento
- $V_{sw}$  = contribuição da armadura na resistência ao cisalhamento

3. Na flexão simples a contribuição do concreto  $V_c$  é dada por:

$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

$$f_{ctd} = 0,21 \cdot f_{ctk}^{2/3} / \gamma_c \text{ em MPa}$$

em função de  $f_{ctk}$  com as unidades kN, MPa e cm com  $\gamma_c = 1,4$ :

$$V_c = 0,009 \cdot f_{ctk}^{2/3} \cdot b_w \cdot d \text{ (kN)}$$

4. A contribuição da armadura  $V_{sw}$  é dada por:

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) \cdot 0,9d \cdot \sigma_{sw} (\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha)$$

onde:

- $A_{sw}$  = área da seção transversal da armadura para cisalhamento
- $s$  = espaçamento das barras da armadura medido paralelamente ao plano médio da laje na direção perpendicular ao apoio
- $\alpha$  = ângulo de inclinação das barras da armadura em relação ao plano médio da laje, podendo-se tornar  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$
- $\sigma_{sw}$  = tensão de cálculo da armadura

5. No dimensionamento faz-se  $V_{rd} = V_{sd}$ . Por isso, de 2 vem que a armadura para cisalhamento deverá ser dimensionada para:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

6. De 6.5.2 e de 4 e 5 acima decorre que a taxa de armadura transversal  $\rho_w$  necessária vale:

$$\rho_w = (V_{sd} - V_c) / (0,9 \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{sw} (1 + \text{cot} \alpha) \cdot \text{sen}^2 \alpha)$$

7. Armadura constituída por barras dobradas a  $45^\circ$ .

$$\rho_w = (V_{sd} - V_c) / (0,9 \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{sw})$$

e da definição de  $\rho_w$  dada em 6.5.2 e 6.7.4 vem:

$$A_{sw} = 0,707 \rho_w \cdot b_w \cdot s$$

onde  $A_{sw}$  é a soma das áreas das seções transversais de todas as barras dobradas a  $45^\circ$  existentes na mesma seção na largura  $b_w$  de laje considerada no cálculo.

8. Armadura constituída por estribos verticais:

$$\rho_w = (V_{sd} - V_c) / (0,9 \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{sw})$$

e da definição de  $\rho_w$  dada em 6.5.2 e 6.7.4 vem:

$$A_{sw} = \rho_w \cdot b_w \cdot s$$

onde  $A_{sw}$  é a soma das áreas das seções transversais de todos os ramos de estribos existentes na mesma seção na largura  $b_w$  de laje considerada no cálculo.

9. Tensão de cálculo da armadura para aço CA-50 ou CA-60:

Espessura da laje	Estribos	Barras dobradas
$h \leq 15$ cm	$\sigma_{sw} = 250$ MPa	$\sigma_{sw} = 175$ MPa
$h > 35$ cm	$\sigma_{sw} = 435$ MPa	$\sigma_{sw} = 305$ MPa
$15$ cm $< h \leq 35$ cm	interpolar linearmente	

### 6.9 - Exigências para a armadura transversal

- Para os estribos:

Dímetro  $\phi$ :  $5 \text{ mm} \leq \phi \leq b_w / 10$

Espaçamento longitudinal  $s$ :

- se  $V_{sd,max} \leq 0,67 \cdot V_{rd2}$   $s \leq 0,6 \cdot d$  e  $30$  cm

- se  $V_{sd,max} > 0,67 \cdot V_{rd2}$   $s \leq 0,3 \cdot d$  e  $20$  cm

Espaçamento transversal  $s_t$ :

- se  $V_{sd,max} \leq 0,20 \cdot V_{rd2}$   $s_t \leq d$  e  $80$  cm

- se  $V_{sd,max} > 0,20 \cdot V_{rd2}$   $s_t \leq 0,6 \cdot d$  e  $35$  cm

- Para barras dobradas a  $45^\circ$ :

Espaçamento longitudinal  $s \leq 1,2 \cdot d$

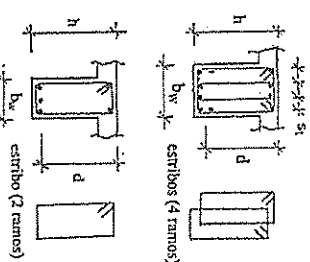


Figura 6.21 - Seção transversal de viga

## 7 - ANCORAGEM E EMENDAS DAS ARMADURAS

### 7.1 - Aderência

A aplicação do concreto armado como material de construção de estruturas deve-se à solidariedade que existe entre o concreto e o aço, que torna possível a ação conjunta dos dois materiais componentes, sem que haja escorregamento relativo entre a armadura e o concreto que a envolve.

A solidariedade da armadura ao concreto é garantida pela aderência entre os dois materiais.

Entende-se por aderência a propriedade em virtude da qual a armadura e o concreto, nos elementos estruturais de concreto armado, podem oferecer uma certa resistência à separação das superfícies em contato.

A aderência é formada pela contribuição das seguintes parcelas: adesão, atrito e saliências na superfície das barras.

A adesão aparece desde o lançamento do concreto e aumenta com a pega e o endurecimento. Em virtude de ligações físico-químicas que se estabelecem na interface dos dois materiais durante a pega do cimento, aparece uma certa resistência de adesão que se opõe à separação dos dois materiais. Este efeito é percebido quando se tenta separar o concreto de uma chapa de aço depois de endurecido. É preciso aplicar uma força para romper a ligação.

O atrito se manifesta sempre que existe tendência ao deslizamento relativo entre as duas superfícies em contato: da armadura e do concreto que a envolve. Essas forças de atrito dependem do coeficiente de atrito entre o aço e o concreto, que é função da rugosidade da superfície da barra e da existência de pressão transversal exercida pelo concreto sobre a barra decorrente da retração. A presença da barra inibe parcialmente a retração, do que se origina pressão transversal que melhora a aderência. Nos apoios diretos das vigas a compressão transversal aumenta a aderência por atrito, como mostra a Figura 7.1-a. Nas barras curvadas traçadas aparecem tensões de contato elevadas favorecendo a aderência, como mostra a Figura 7.1-b.

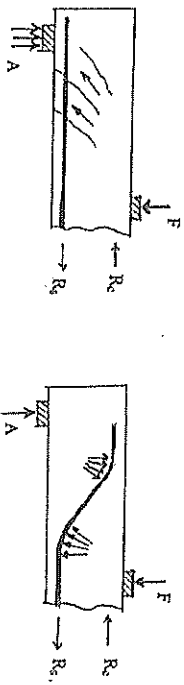


Figura 7.1 - Contribuição do atrito na aderência entre a armadura e o concreto

As saliências funcionam como peças de apoio, mobilizando tensões de compressão. Decorrente do encaixe das saliências da superfície da barra, formam-se pequenos consórcios de ligação entre armadura e concreto e o mais eficaz e também é imprescindível para obter alta resistência. Obtem-se este tipo de ligação através de nervuras anulares ou em forma de foice na superfície das barras, como mostra a Figura 7.2.

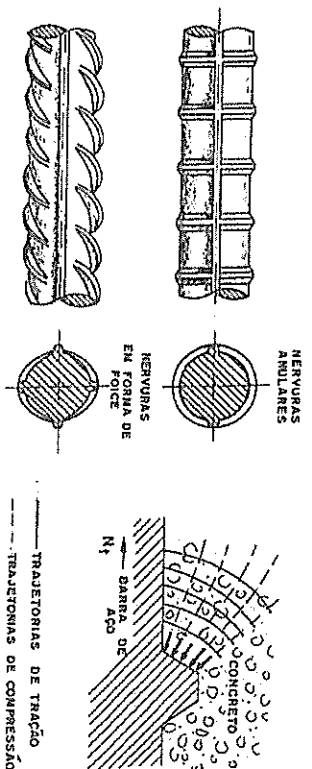


Figura 7.2 - Nervuras na superfície das barras armaduras

A separação da aderência nas três parcelas é meramente esquemática pois não é possível, na prática, determinar seus efeitos separadamente. Além disso, a aderência de uma barra de aço ao concreto é influenciada por outros fatores como a retração, a fluência e a fissuração do concreto. Por isso, consideram-se valores médios da tensão de aderência que permitam orientar os critérios de projeto no que se refere à ancoragem das barras das armaduras.

A quantificação da aderência é feita através de ensaios de arrancamento de uma barra, como mostra a Figura 7.3, ou ensaios de tração de tirantes conforme a NBR-7477.

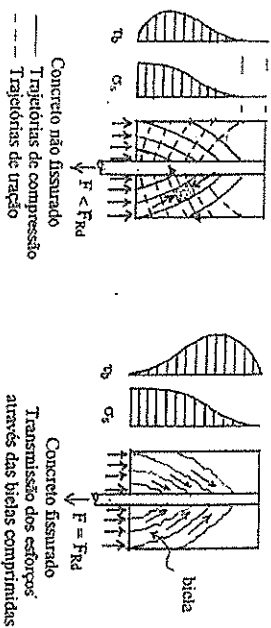


Figura 7.3 - Arrancamento de uma barra envolvida por um bloco de concreto

### 7.2 - Posição das barras da armadura no interior do concreto

Consideram-se em boa situação quanto à aderência os trechos das barras que estejam em uma das posições seguintes:

- com inclinação não inferior a 45° sobre a horizontal;
- horizontais ou com inclinação menor que 45° com a horizontal, desde que localizadas no máximo 30 cm acima da face inferior da peça ou da junta de concretagem mais próxima, quando  $h \leq 60$  cm, ou desde que localizados a mais de 30 cm abaixo da face superior ou da junta de concretagem mais próxima, quando  $h > 60$  cm.

Os trechos das barras em outras posições serão considerados em má situação quanto à aderência.

A Figura 7.4 mostra barras nessas situações.

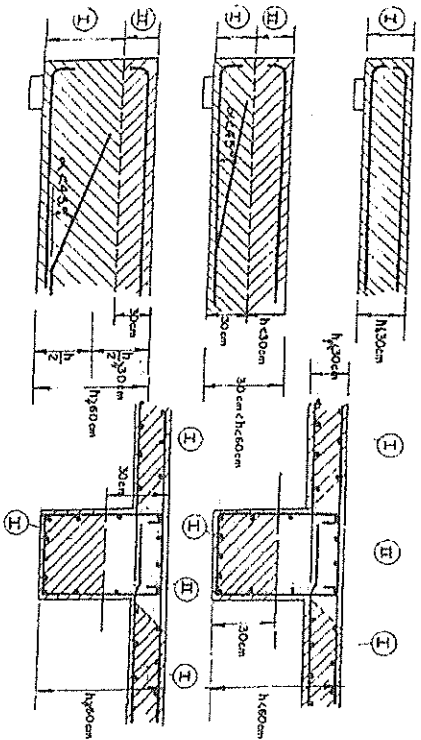


Figura 7.4 - Barras em situação de boa aderência e em situação de má aderência

### 7.3 - Valor da resistência de aderência

#### 7.3.1 - Resistência de aderência na ancoragem

A resistência de aderência de cálculo entre a armadura e o concreto na ancoragem é dada pela expressão:

onde:

$$f_{ad} = f_{ck} \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4$$

$$f_{ad} = 0,15 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{MPa}) \quad \text{com } \eta_4 = 1,4$$

$$\eta_1 = 1,0 \quad \text{para CA-25}$$

$$\eta_1 = 1,4 \quad \text{para CA-60}$$

$$\eta_1 = 2,25 \quad \text{para CA-50}$$

$$\eta_2 = 1,0 \quad \text{para situação de boa aderência}$$

$$\eta_2 = 0,7 \quad \text{para situação de má aderência}$$

$$\eta_3 = 1,0 \quad \text{para } \phi \leq 32 \text{ mm}$$

$$\eta_3 = (1,32 - \phi) \quad \text{para } \phi > 32 \text{ mm, onde } \phi \text{ é o diâmetro da barra em milímetros}$$

#### RESUMO:

- Em situação de boa aderência para  $\phi \leq 32$  mm

$$f_{ad} = 0,210 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{MPa}) \quad \text{para CA-25}$$

$$f_{ad} = 0,294 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad \text{para CA-60}$$

$$f_{ad} = 0,473 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad \text{para CA-50}$$

- Em situação de má aderência para  $\phi \leq 32$  mm, multiplicar por 0,7 os valores de  $f_{ad}$  correspondentes à situação de boa aderência.

#### 7.3.2 - Resistência de aderência no escorregamento

A resistência de aderência de cálculo entre a armadura e o concreto no escorregamento da armadura dos elementos estruturais fiados é igual à resistência de aderência na ancoragem multiplicada por 1,75:

#### RESUMO:

- Em situação de boa aderência para  $\phi \leq 32$  mm

$$f_{ad} = 0,367 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{MPa}) \quad \text{para CA-25}$$

$$f_{ad} = 0,514 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad \text{para CA-60}$$

$$f_{ad} = 0,828 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad \text{para CA-50}$$

- Em situação de má aderência para  $\phi \leq 32$  mm, multiplicar por 0,7 os valores de  $f_{ad}$  correspondentes à situação de boa aderência.

### 7.4 - Ancoragem das armaduras

Todas as barras das armaduras devem ser ancoradas de forma que todos os esforços a que estejam submetidas sejam integralmente transferidos para o concreto, seja por meio de aderência ou de dispositivos mecânicos ou combinação de ambos. Este texto trata apenas da ancoragem por aderência.

#### 7.5 - Ancoragem por aderência

A ancoragem por aderência acontece quando os esforços nas barras das armaduras são ancorados ao longo de um comprimento reto seguido ou não de gancho.

As barras tracionadas devem ser ancoradas ao longo de um comprimento retilíneo de acordo com as condições que se seguem:

1. obrigatoriamente com gancho para barras lisas (CA-25);
2. sem gancho nas que tenham alternância de solicitação: tração e compressão;
3. com ou sem gancho nos demais casos, não sendo recomendado o gancho para barras com  $\phi > 32$  mm e para feixes de barras.

As barras comprimidas devem ser ancoradas sem gancho.

#### 7.5.1 - Comprimento de ancoragem básico para barras tracionadas

Comprimento de ancoragem básico,  $l_{ba}$ , é o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força limite  $A_s \cdot f_{yd}$  nessa barra, admitindo, ao longo desse comprimento, resistência de aderência uniforme e igual a  $f_{ad}$ .

A Figura 7.5 mostra uma viga em balanço engastada em um pilar. Como hipótese simplificadora, admita-se que a armadura dessa viga seja constituída por apenas uma barra com diâmetro  $\phi$ . A carga  $F$  aplicada na extremidade produz flexão da viga, tracionando a barra com uma força  $R_s$  e comprimindo o concreto com uma resultante  $R_c$ , de modo que o binário constituído por essas forças equilibra o momento fletor na seção de engastamento da viga no pilar.

A barra é ancorada no pilar por aderência ao longo do comprimento para ancoragem  $l_{ba}$  e no pilar. O que impede o escorregamento da barra é a força resultante das

tensões de aderência  $\tau_b$  distribuídas na superfície da barra no comprimento  $l_{b,rec}$ . Para que exista equilíbrio, essa força deve ser igual e oposta a  $R_s$  que traciona a barra.

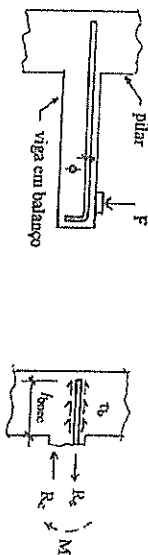


Figura 7.5 - Comprimento de ancoragem básico

Então:  
 $R_s = A_s \cdot \sigma_s$   
 $R_s = l_{b,rec} \cdot u_s \cdot \tau_b$

onde  $u_s$  é o perímetro da armadura e  $\tau_b$  é o valor médio da tensão de aderência.

No dimensionamento da armadura da seção:  $R_s = A_s \cdot f_{yd}$   
 Na iminência do escoamento da armadura ao romper-se-a-aderência:  $\tau_b = k_{bd}$   
 Nessas condições:  $l_{b,rec} = l_b$

Portanto, o comprimento de ancoragem básico,  $l_b$ , é o comprimento mínimo para ancorar a armadura quando o aço entra em escoamento sem que ocorra ruptura da aderência.

Então:  
 $l_b \cdot u_s \cdot f_{bd} = A_s \cdot f_{yd}$   
 $l_b \cdot \alpha \cdot \phi \cdot f_{bd} = (\pi \phi^2 / 4) \cdot f_{yd}$

De onde vem:

$l_b = (\phi / 4) \cdot (f_{yd} / f_{bd})$

comprimento básico de ancoragem reta

**7.5.2 - Comprimento de ancoragem necessário**

Quando a área da seção transversal de armadura existente  $A_{s,e}$  for maior que a área da seção transversal de armadura calculada  $A_{s,cal}$  o comprimento de ancoragem necessário será calculado como indicado a seguir:

**a) Ancoragem reta sem gancho**

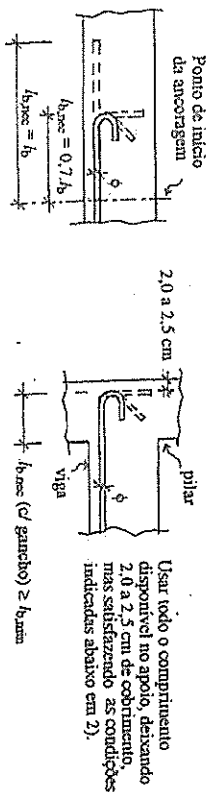
onde:  
 $l_{b,rec} = l_b \cdot (A_{s,cal} / A_{s,e}) \geq l_{b,min}$

$l_b$  = comprimento de ancoragem básico, calculado conforme o item 7.5.1  
 $l_{b,min}$  = maior valor entre 0,3  $l_b$ , 10 $\phi$  e 10 cm

**b) Ancoragem reta com gancho**

onde:  
 $l_{b,rec} = 0,7 \cdot l_b \cdot (A_{s,cal} / A_{s,e}) \geq l_{b,min}$  (com cobrimento normal ao plano do gancho  $\geq 3\phi$ )

$l_b$  = comprimento de ancoragem básico, calculado conforme o item 7.5.1  
 $l_{b,min}$  = maior valor entre 0,3  $l_b$ , 10 $\phi$  e 10 cm



a) Ancoragem com gancho fora do apoio

b) Ancoragem com gancho sobre apoio extremo

Figura 7.6 - Ancoragem reta com gancho

1. Quando a barra terminar em gancho fora do apoio,  $A_{s,e} = A_{s,cal}$ , e o comprimento necessário para ancoragem, medido como indica a Figura 7.6-a, será:

$l_{b,rec} = 0,7 \cdot l_b \geq \begin{cases} 10\phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$

2. Quando a barra terminar em gancho em apoio extremo, como mostra a Figura 7.6-b, o comprimento necessário para ancoragem, medido a partir da face do apoio, será:

$l_{b,rec} = 0,7 \cdot l_b \cdot (A_{s,cal} / A_{s,e}) \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$

Se houver cobrimento da barra no trecho do gancho, medido normalmente ao plano do gancho, de pelo menos 7 cm e as ações acidentais não ocorrerem com grande frequência com seu valor máximo, para ancoragem da barra será suficiente que ela penetre no apoio, a partir da face deste, um comprimento:

$l_{b,rec} = r + 5,5\phi \geq 6 \text{ cm}$

onde r é o raio interno efetivo do gancho, devendo respeitar os valores indicados para o diâmetro no item 7.5.3.

**7.5.3 - Ganchos nas barras tracionadas**

Os ganchos nas extremidades das barras das armaduras de tração podem ser dos seguintes tipos, como mostra a Figura 7.7:

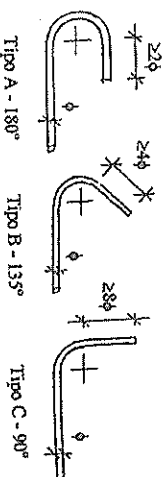


Figura 7.7 - Ganchos nas extremidades das barras tracionadas

1. semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a 2 $\phi$ ;
2. em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a 4 $\phi$ ;
3. em ângulo reto, com ponta reta não inferior a 8 $\phi$ .

Para barras lisas, os ganchos deverão ser semicirculares.

O diâmetro interno de curvatura dos ganchos das armaduras longitudinais de tração deve ser pelo menos igual a:

	CA-25	CA-50	CA-60
- bitola < 20 mm	4 $\phi$	5 $\phi$	6 $\phi$
- bitola $\geq$ 20 mm	5 $\phi$	8 $\phi$	-

As barras lisas de bitola superior a 6,3 mm deverão ter ganchos nas extremidades.

As barras de armaduras exclusivamente de compressão não deverão ter ganchos.

#### 7.5.4 - Ancoragem de barras longitudinais tracionadas

##### a) Ancoragem fora do apoio

O trecho da extremidade da barra de tração considerado como de ancoragem tem início na seção onde sua tensão  $\sigma_s$  começa a diminuir (o esforço da armadura começa a ser transferido para o concreto) e deve prolongar-se pelo menos 10 $\phi$  além do ponto teórico de tensão  $\sigma_s$  nula, não podendo em nenhum caso ser inferior ao comprimento de ancoragem necessário indicado no item 7.5.2 deste capítulo. Assim, na armadura longitudinal de tração dos elementos estruturais solicitados por flexão simples, o trecho de ancoragem da barra deve ter início no ponto A, na Figura 7.8, do diagrama de forças  $R_{sd} = M_{sd} / z$  deslocado do comprimento  $a_1$ , conforme indicado no Capítulo 8 deste trabalho.

Se a barra não for dobrada, o trecho de ancoragem deve prolongar-se além do ponto B, no mínimo 10 $\phi$ .

Se a barra for dobrada, o dobramento deve ter início no ponto B e, depois do segundo dobramento, a barra deve prolongar-se o comprimento de ancoragem necessário indicado em 7.5.6.

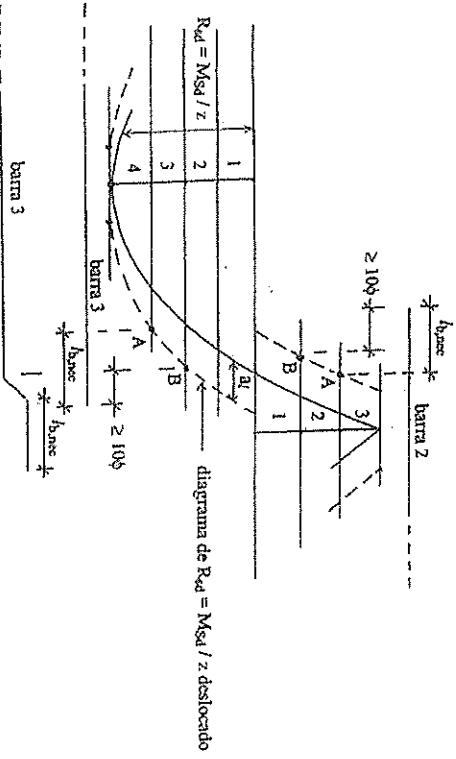


Figura 7.8 - Ancoragem de barras longitudinais tracionadas fora do apoio

##### b) Ancoragem em apoio interno

O trecho de ancoragem tem início no ponto A, na Figura 7.9, e deve prolongar-se pelo menos 10 $\phi$  além da face do apoio, não podendo ser menor que o comprimento de ancoragem necessário indicado no item 7.5.2 deste capítulo.

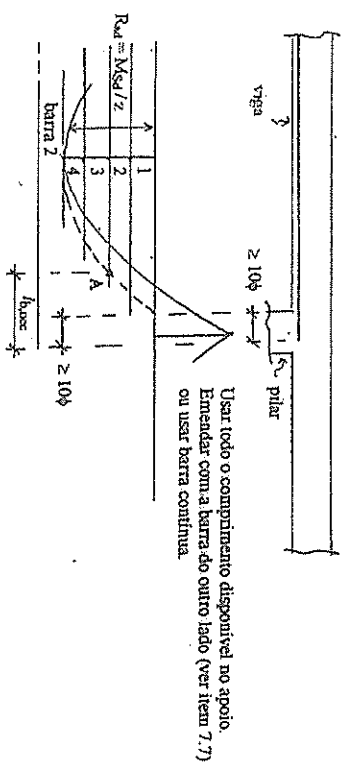


Figura 7.9 - Ancoragem de barras longitudinais tracionadas em apoio interno

##### c) Ancoragem em apoio extremo

Como mostra a Figura 7.10, o comprimento de ancoragem necessário será aquele que, medido a partir da face interna do apoio, é capaz de ancorar uma força igual a:

$$R_{sd} = (a_1 / d) V_{sd} \geq 0,5 V_{sd}$$

onde:

- $R_{sd}$  = força de tração na armadura longitudinal (panzo tracionado) na entrada do apoio
- $a_1$  = translação do diagrama de  $M_{sd} / z$
- $V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo na face do apoio considerado, sem redução por efeito da variação de altura da seção

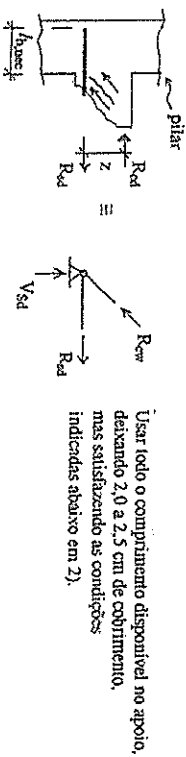


Figura 7.10 - Ancoragem de barras longitudinais tracionadas em apoio extremo

Sendo  $A_{s,cal}$  a área de armadura que deverá chegar ao apoio para resistir a força  $R_{sd}$  na ancoragem e  $A_{s,e}$  a área de armadura existente, tem-se:

$$A_{s,cal} = R_{sd} / f_{yd} \quad \text{com} \quad f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad \text{para aço empregado}$$

Para cálculo do comprimento de ancoragem necessário, aplica-se o item 7.5.2.

1. Ancoragem reta sem gancho:

$$l_{b,mc} = l_b (A_{s,cal} / A_{s,d}) \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

onde  $l_b$  é comprimento de ancoragem básico, calculado conforme o item 7.5.1.

2. Ancoragem reta com gancho

$$l_{b,mc} = 0,7 \cdot l_b (A_{s,cal} / A_{s,d}) \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

onde  $l_b$  é comprimento de ancoragem básico, calculado conforme o item 7.5.1.

Se houver cobrimento da barra no trecho do gancho, medido normalmente ao plano do gancho, de pelo menos 7 cm e as ações acidentais não ocorrerem com grande frequência com seu valor máximo, para ancoragem da barra será suficiente que ela penetre no apoio, a partir da face deste, um comprimento:

$$l_{b,mc} = r + 5,5\phi \geq 6 \text{ cm}$$

onde  $r$  é o raio interno efetivo do gancho, devendo respeitar as indicações para o diâmetro interno do item 7.5.3.

7.5.5 - Ancoragem de feixes de barras

Considere-se o feixe como uma barra equivalente com área da seção transversal igual à soma das áreas das barras que formam o feixe.  
O diâmetro do feixe é o diâmetro do círculo de área igual à do feixe:

$$\phi_{feixe} = \sqrt{A_{s,feixe} / n}$$

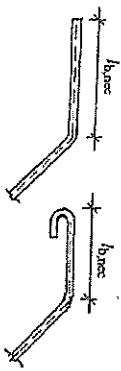
onde  $n$  é o número de barras que formam o feixe.

As barras constituintes do feixe devem ter ancoragem reta sem gancho e atender as seguintes condições:

1. Quando o diâmetro do feixe for menor ou igual a 25 mm, ele pode ser tratado como uma barra única com diâmetro igual a  $\phi_{feixe}$  para a qual valem as indicações dos itens 7.5.1, 7.5.2 e 7.5.9.
2. Feixes com diâmetro maior que 25 mm devem ser evitados, porém, no caso de serem empregados, consultar a NBR-6118.

7.5.6 - Ancoragem de barras dobradas

A ancoragem de barras dobradas participantes da armadura transversal será assegurada por um prolongamento de comprimento reto  $l_{b,mc}$  depois da dobra, como mostra a Figura 7.11, onde  $l_b$  é comprimento de ancoragem básico para barras traçadas, calculado conforme o item 7.5.1.



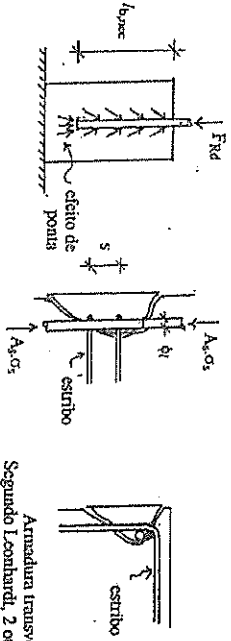
$$l_{b,mc} = l_b \geq 10 \text{ cm} \text{ sem gancho}$$

$$l_{b,mc} = 0,7 \cdot l_b \geq 10 \text{ cm} \text{ com gancho}$$

Figura 7.11 - Ancoragem de barras dobradas

7.5.7 - Ancoragem de barras comprimidas

As barras das armaduras exclusivamente de compressão devem ter ancoragem reta sem gancho, como mostra a Figura 7.12. O comprimento de ancoragem necessário será calculado como no caso da tração, podendo ser tomado igual a  $0,8 \cdot l_b$ , mas não inferior a  $15\phi$  e 20 cm, onde  $l_b$  é comprimento de ancoragem básico para barras traçadas, calculado conforme o item 7.5.1.



Segundo Lombardi, 2 ou 3 estribos com  $s \leq 4\phi$  são suficientes. (podem ser incluídos os estribos existentes)

Figura 7.12 - Ancoragem de barras comprimidas

O comprimento de ancoragem necessário das barras comprimidas pode ser menor que o comprimento das barras traçadas em decorrência do efeito de ponta, que não existe nas barras traçadas, e porque a área de armadura existente  $A_{s,e}$  é maior que a área de armadura calculada  $A_{s,cal}$ , em virtude do critério seguido no cálculo dos elementos estruturais comprimidos.

7.5.8 - Ancoragem de telas soldadas

Aplica-se o disposto nos itens 7.2 a 7.5.3 deste texto.  
Quando a tela for composta por fios lisos ou com moços, podem ser adotados os mesmos critérios definidos para barras nervuradas, desde que o número de fios transversais soldados ao longo do comprimento de ancoragem necessário seja:

$$n \geq 4(A_{s,cal} / A_{s,d})$$

7.5.9 - Armadura transversal nas ancoragens

Quando não houver compressão no concreto transversalmente à armadura de tração no trecho de ancoragem, podem surgir fissuras na direção da armadura causadas por tensões de tração transversais que tendem a afastar as barras.  
Excluindo as regiões sobre os apoios diretos, as ancoragens por aderência devem ser confinadas por armaduras transversais ou pelo próprio concreto.

Ao longo do comprimento de ancoragem de barras com diâmetro menor que 32 mm deve ser prevista uma armadura transversal capaz de resistir 25% da força longitudinal de uma das barras ancoradas. Se a ancoragem envolver barras diferentes, preveja-se para esse efeito o maior diâmetro. No caso de barras com diâmetro maior ou igual a 32 mm, consultar a NBR-6118.

Podem ser consideradas como pertencentes a essa armadura, as armaduras transversais existentes ao longo do comprimento de ancoragem, desde que a soma das áreas dessas armaduras seja maior ou igual à área especificada acima.

Admite-se que o confinamento seja feito pelo próprio concreto quando o cobrimento da barra ancorada for maior ou igual a  $3\phi$  e a distância entre barras ancoradas for maior que  $3\phi$ .  
Além disso, logo depois das extremidades das ancoragens de barras comprimidas deve haver armadura transversal destinada proteger o concreto dos efeitos do estorço concentrado na



porta. Para esse fim, podem ser considerados os estribos aí existentes, devendo pelo menos um deles estar situado a uma distância igual a 4 $\phi$  (4 $\phi$  barra) além da extremidade da barra ancorada.

### 7.5.10 - Ancoragem de estribos

A ancoragem dos estribos deve ser necessariamente garantida através de ganchos ou barras transversais soldadas.

#### a) Ganchos

Os ganchos nos estribos podem ser dos seguintes tipos, como mostra a Figura 7.13:

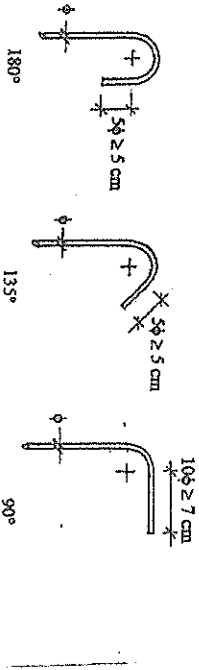


Figura 7.13 - Ganchos nos estribos

1. em ângulo de 180°, com ponta reta de comprimento igual a 5 $\phi$ , mas não inferior a 5 cm;
2. em ângulo de 135° (externo), com ponta reta de comprimento igual a 5 $\phi$ , mas não inferior a 5 cm;
3. em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a 10 $\phi$ , mas não inferior a 7 cm.

O gancho em ângulo reto não deve ser usado em estribos de barras ou fios lisos.

O diâmetro interno de curvatura dos ganchos dos estribos deve ser pelo menos igual a:

Bitola (mm)	CA-25	CA-50	CA-60
5-10	3 $\phi$	3 $\phi$	3 $\phi$
10 < $\phi$ < 20	4 $\phi$	5 $\phi$	-
$\geq 20$	5 $\phi$	8 $\phi$	-

#### b) Barras transversais soldadas

Desde que a resistência da solda ao cisalhamento para uma força mínima igual a  $A_s \cdot f_{yd}$  seja comprovada por ensaio, a ancoragem dos estribos pode ser feita através de barras transversais soldadas, de acordo com a Figura 7.14, obedecendo as seguintes condições:

- a) duas barras soldadas com diâmetro  $\phi_{trans} > 0,7\phi$ , para estribos constituídos por um ou dois ramos;
- b) uma barra soldada com diâmetro  $\phi_{trans} \geq 1,4\phi$ , para estribos de dois ramos;

onde:

- $\phi_{trans}$  = diâmetro da barra ou fio transversal
- $\phi$  = diâmetro do estribo
- $A_s \cdot f_{yd}$  = resistência de cálculo do estribo a ser ancorado.

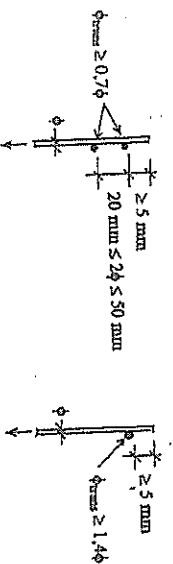


Figura 7.14 - Ancoragem de estribos através de barras transversais soldadas

### 7.6 - Escorregamento das armaduras

O escorregamento das armaduras acontece quando a aderência entre o concreto e a armadura é rompida ao longo das barras longitudinais dos elementos estruturais fleídos.

A tensão de escorregamento é dada por:

$$\tau_{sd} = V_{sd} / (0,9d u_d)$$

onde:

- $d$  = altura útil da seção transversal de concreto
- $u_d$  = soma dos perímetros das seções transversais das barras da armadura (no caso de feixes, é o perímetro do círculo de área igual à do feixe)

Para que sejam evitadas rupturas locais de aderência e fissuras no concreto ao longo das barras, deverá ser satisfeita a condição:

$$\tau_{sd} \leq f_{bd}$$

onde  $f_{bd}$  é a resistência de aderência no escorregamento, dada no item 7.3.2.

Essa verificação é recomendável para barras com diâmetro superior a 25 mm e para feixes de barras.

### 7.7 - Emendas de barras

As emendas das barras das armaduras podem ser dos seguintes tipos:

- por traspasse;
- por luvas com preenchimento metálico, rosqueadas ou prensadas;
- por solda;
- por outros dispositivos devidamente justificados.

#### 7.7.1 - Emendas por traspasse

Este tipo de emenda não é permitido para barras com diâmetro maior que 32 mm, nem para tirantes e pendurais (elementos estruturais lineares permanentemente tracionados).

#### a) Proporção de barras emendadas

Consideram-se como na mesma seção transversal as emendas que se superpõem ou cujas extremidades mais próximas estejam afastadas de menos que 20% do comprimento do trecho de traspasse, como mostra a Figura 7.15.

Quando as barras possuem diâmetros diferentes, o comprimento de traspasse deve ser calculado para a barra de maior diâmetro.

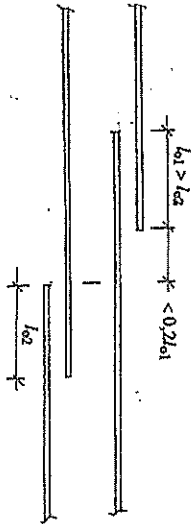


Figura 7.15 - Emendas supostas como na mesma seção

A proporção máxima de barras tracionadas da armadura principal emendadas na mesma seção do elemento estrutural deve respeitar os seguintes valores:

Tabela 9.1 - Proporção máxima de barras tracionadas emendadas na mesma seção

Tipo de barra	Situação	Tipo de carregamento	
		Estático	Dinâmico
Alta aderência	em uma camada	100%	100%
	em mais de uma camada	50%	50%
Lisa	$\phi < 16$ mm	50%	25%
	$\phi \geq 16$ mm	25%	25%

Quando se tratar de armadura de distribuição ou permanentemente comprimida, todas as barras podem ser emendadas na mesma seção.

#### b) Comprimento de traspasse de barras tracionadas

Quando a distância livre entre barras emendadas estiver compreendida entre 0 e 4 $\phi$ , o comprimento do trecho de traspasse para barras tracionadas deve ser:

$$l_a = \alpha_a \cdot l_{a, \text{méc}} \geq l_{a, \text{mín}}$$

onde:

$l_{a, \text{méc}}$  = comprimento de ancoragem necessário, calculado conforme o item 7.5.2

$l_{a, \text{mín}}$  = maior entre 0,3 $\alpha_a l_b$ , 15 $\phi$  e 20 cm.

$l_b$  = comprimento de ancoragem necessário, calculado conforme o item 7.5.1

$\alpha_a$  = coeficiente indicado na tabela 9.2

Quando a distância livre entre barras emendadas for maior que 4 $\phi$ , ao comprimento calculado pela expressão anterior deve ser acrescentada a distância livre entre barras emendadas. A armadura transversal na emenda deve satisfazer o exposto adiante em d).

Tabela 9.2 - Valores do coeficiente  $\alpha_a$

Barras emendadas na mesma seção (%)	Valores de $\alpha_a$				
	$\leq 20$	25	33	50	$> 50$
Valores de $\alpha_a$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

#### c) Comprimento de traspasse de barras comprimidas

Quando as barras estiverem comprimidas, o comprimento de traspasse deve ser:

$$l_{ac} = l_{a, \text{méc}} \geq l_{a, \text{mín}}$$

onde:

$l_{a, \text{méc}}$  = comprimento de ancoragem necessário, calculado conforme o item 7.5.2

$l_{a, \text{mín}}$  = maior entre 0,6 $l_b$ , 15 $\phi$  e 20 cm.

$l_b$  = comprimento de ancoragem básico, calculado conforme o item 7.5.1

#### d) Armadura transversal nas emendas por traspasse

##### 1. Emendas de barras tracionadas de armadura principal (ver Figura 7.16):

Quando  $\phi < 16$  mm ou a proporção de barras emendadas na mesma seção for menor que 25%, a armadura transversal na emenda deve atender o item 7.5.9 deste texto.

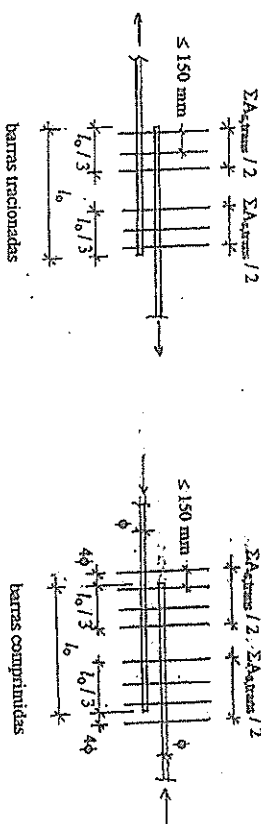


Figura 7.16 - Armaduras transversais nas emendas

Quando  $\phi \geq 16$  mm ou quando a proporção de barras emendadas na mesma seção for maior ou igual a 25%, a armadura transversal na emenda deve:

- ser capaz de resistir a uma força igual à de uma barra emendada, considerando os ramos paralelos ao plano da emenda;
- ser constituída por barras fechadas se a distância entre as duas barras mais próximas de duas emendas na mesma seção for  $< 10\phi$ , onde  $\phi$  é o diâmetro da barra emendada;
- concentrar-se nos trechos extremos da emenda.

##### 2. Emendas de barras comprimidas (ver Figura 7.16):

Devem ser seguidos os mesmos critérios indicados para o caso anterior, com pelo menos uma barra da armadura transversal situada a 4 $\phi$  além das extremidades da emenda.

##### 7.7.2 - Emendas por luvas rosqueadas

As luvas rosqueadas devem ter resistência maior que as barras emendadas.

##### 7.7.3 - Emendas por solda

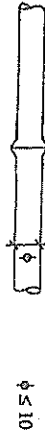
As emendas por solda exigem cuidados especiais quanto às operações de soldagem que devem atender a especificações de controle de aquecimento e resfriamento da barra, conforme normas específicas.

As emendas por solda podem ser (ver Figura 7.17):

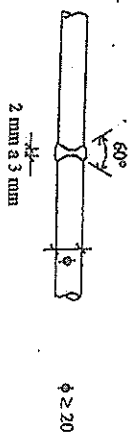
- de topo, por aquecimento, para barras com diâmetro  $\geq 10$  mm;
- de topo, com eletrodo, para barras com diâmetro  $\geq 20$  mm;
- por traspasse com pelo menos dois cordões de solda longitudinais, cada um deles com comprimento não inferior a  $5\phi$ , afastados no mínimo  $5\phi$ ;
- com outras barras justapostas (cobrejuntas), com cordões de solda longitudinais, fazendo-se coincidir o eixo horizontal do conjunto com o eixo longitudinal das barras emendas, devendo cada cordão ter comprimento de pelo menos  $5\phi$ .

As emendas por solda podem ser realizadas: na totalidade das barras na mesma seção do elemento estrutural. São consideradas como na mesma seção as emendas que, de centro a centro, estejam afastadas entre si menos que  $15\phi$  medidos na direção do eixo da barra. A resistência de cada barra emendada deve ser considerada sem redução. Em caso de barra tracionada e havendo predominância de carga acidental a resistência deve ser reduzida em 20%.

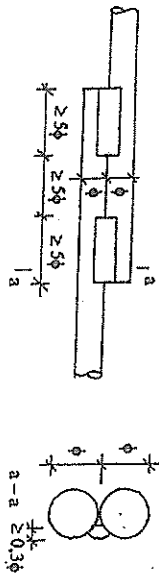
De topo por aquecimento



De topo com eletrodo



Por traspasse



Com barras justapostas

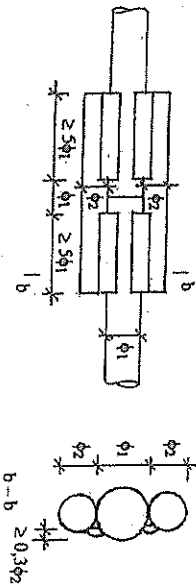


Figura 7.17 - Emendas por solda

## 8 - VIGAS USUAS DE EDIFÍCIOS

### 8.1 - Introdução

As prescrições que se seguem referem-se a vigas isostáticas com  $l/h > 2$  e a vigas contínuas com  $l/h > 3$ , onde  $l$  é o vão teórico e  $h$  é a altura da seção transversal. Aplicam-se também aos balanços com relação  $l/h > 1$ , onde  $l$  é o comprimento teórico do balanço e  $h$  é a altura na seção no engastamento. A Figura 8.1 mostra estas situações.

As vigas isostáticas com relação  $l/h \leq 2$  e contínuas com relação  $l/h \leq 3$  são denominadas vigas parede. Os balanços com relação  $l/h \leq 1$  são denominados consolos curtos. Esses elementos estruturais são elementos planos e seguem critérios de cálculo próprios.

### 8.2 - Análise estrutural

#### 8.2.1 - Vão teórico

O vão teórico  $l$  é a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário considerar valores maiores que o vão livre  $l_0$  acrescido de  $0,6h$ , onde  $h$  é a altura da seção.

Nas vigas em balanço o comprimento teórico  $l$  é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores maiores que o comprimento livre  $l_0$  acrescido de  $0,3h$ , onde  $h$  é a altura da seção no engastamento.

$l$  = vão teórico  
 $l_0$  = vão livre

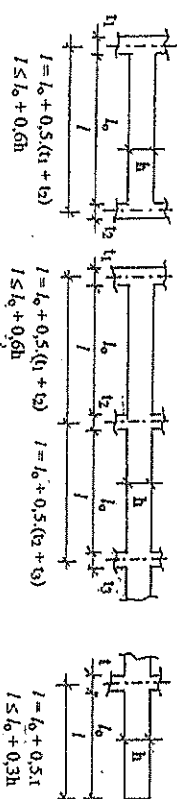


Figura 8.1 - Vão teórico das vigas

#### 8.2.2 - Largura colaborante em vigas com seção T

Quando a estrutura for modelada sem a consideração automática da ação conjunta de lajes e vigas, esse efeito pode ser considerado pela adoção de uma largura colaborante da laje associada à viga compondo uma seção transversal em T.

A consideração da seção T pode ser feita para estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura de uma forma mais realista.

A largura colaborante  $b_y$  é determinada conforme o critério proposto pela NBR-6118 e ilustrado na Figura 8.2.

A largura  $b_w$  designa a largura real da nervura,  $b_y$  designa a largura da nervura fictícia obtida aumentando-se a largura real, para cada lado, de valor igual ao do menor cateto do triângulo

definido pela mlsua correspondente e  $b_2$  designa a distância entre as faces das nervuras reais ou fictícias sucessivas.

Para cálculo da resistência ou deformação, a parte da laje a considerar como elemento da viga medida a partir de cada face da nervura real ou fictícia e, conforme o caso:

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,1a \\ 0,5b_2 \end{cases} \quad (\text{vigas associadas}) \quad b_2 \leq \begin{cases} 0,1a \\ b_4 \end{cases} \quad (\text{vigas isoladas})$$

onde "a" é a distância entre os pontos de momento fletor nulo ao longo da viga em que houver laje colaborante.

A distância a pode ser estimada em função do vão do tramo considerado, de acordo com o seguinte critério:

- Viga simplesmente apoiada:  $a = l$
- tramo com momento em uma só extremidade:  $a = 0,75l$
- tramo com momentos nas duas extremidades:  $a = 0,60l$
- tramo em balanço:  $a = 2l$

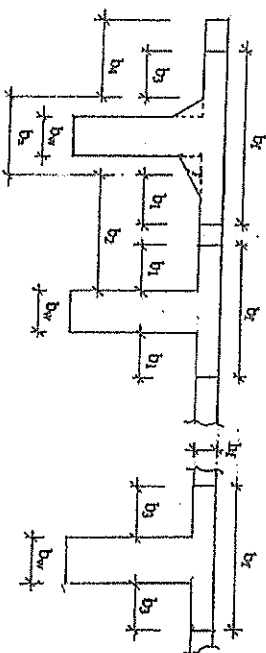


Figura 8.2 - Largura colaborante nas vigas com seção T

### 8.2.3 - Vigas contínuas em edifícios

Permite-se considerar as vigas como contínuas sem ligações rígidas com os apoios, devendo-se porém observar o seguinte:

a) não serão considerados momentos positivos, nos vãos intermediários, menores do que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito da viga nas extremidades dos referidos vãos, ou, nos vãos extremos, menores do que os obtidos com engastamento perfeito no apoio interno;

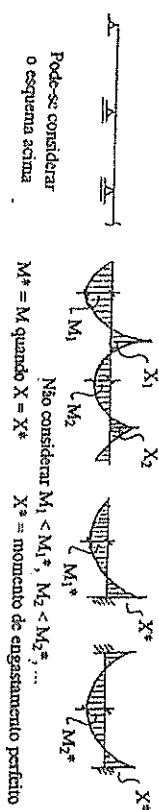
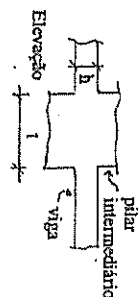


Figura 8.3 - Momentos mínimos nos vãos de vigas contínuas

b) quando a viga for solidária com o pilar intermediário e a relação entre a largura do apoio, medida na direção da viga, e a altura do pilar for maior que 1,4, não poderá ser considerado momento negativo de valor absoluto menor do que o de engastamento perfeito nesse apoio;



Quando  $t > l_{pilar} / 4$  então  $X =$  momento de engaste perfeito  $X^*$

$l_{pilar} =$  comprimento do pilar tomado entre os eixos das vigas entre as quais ele se situa (superior e inferior)

Figura 8.4 - Viga engastada no apoio

c) quando não for considerada a solidariedade dos pilares com as vigas, deverá ser considerado obrigatoriamente nos apoios extremos momento fletor igual a:

$$M_{viga} = M_{eng} \cdot \frac{l_{inf} + r_{sup}}{l_{inf} + r_{sup} + l_{viga}} \quad 1.5$$

onde:

- $l_{inf} = l_{inf} / l_{inf}$
- $r_{viga} = l_{viga} / l_{viga}$
- $r_{sup} = l_{sup} / l_{sup}$

são os índices de rigidez do pilar inferior, da viga e do pilar superior, respectivamente, e

- $M_{eng} =$  momento de engastamento perfeito da viga no pilar
- $l_{inf} =$  momento de inércia da seção transversal do pilar inferior
- $l_{viga} =$  momento de inércia da seção transversal da viga
- $l_{sup} =$  momento de inércia da seção transversal do pilar superior
- $l_{inf} =$  comprimento teórico do pilar inferior
- $l_{viga} =$  vão teórico da viga
- $l_{sup} =$  comprimento teórico do pilar superior

Nessa expressão que leva a resultado aproximado, o coeficiente 1,5 deve-se à propagação para o nó em questão de parte dos momentos dos nós acima e abaixo dele.

A Figura 8.5 mostra em elevação um trecho de estrutura com pilar de extremidade e indica a variação do momento fletor em uma das vigas.

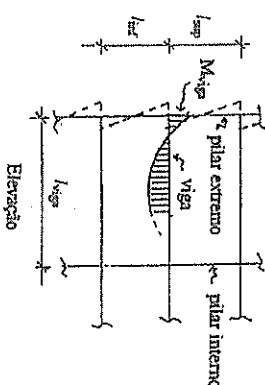


Figura 8.5 - Variação do momento fletor no vão extremo de uma viga

Quando for considerada a solidariedade das vigas com os pilares, os momentos a serem considerados nos apoios extremos são aqueles obtidos nesse cálculo.

Permite-se nas vigas contínuas de edifícios:

a) arredondar o diagrama de momentos fletores sobre os apoios monolíticos, tomando-se para valor máximo do momento negativo o seguinte:

$$M = M_0 - \Delta M \quad \text{com } \Delta M = R \cdot l / 8$$

onde:

- M = momento no centro do apoio no diagrama arredondado;
- $M_0$  = momento no centro do apoio no diagrama original;
- $M_1, M_2$  = momentos nas faces do pilar;
- R = reação de apoio;
- l = largura do apoio na direção do eixo da viga.

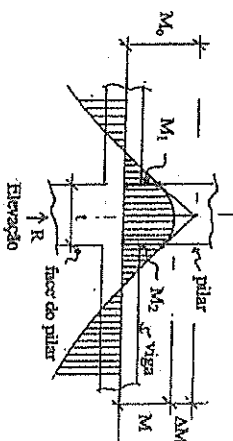


Figura 8.6 - Arredondamento do diagrama de momentos fletores

b) supor que a posição das cargas acidentais uniformemente distribuídas com a qual se obtém a combinação mais desfavorável para a seção considerada, se determina com cada tramo totalmente carregado ou totalmente descarregado;

c) realizar a análise estrutural sem a consideração da atenuância de cargas nas estruturas de edifícios em que a carga variável seja no máximo igual a 20% da carga total;

d) supor que as cargas transmitidas às vigas pelas lajes sejam uniformemente distribuídas.

### 8.2.4 - Condições de ductilidade

Para melhorar a ductilidade das vigas, principalmente nas regiões de apoio ou de ligação com outros elementos estruturais, a posição da linha neutra no estado limite último deve obedecer os seguintes limites:

- a)  $x / d \leq 0,5$  para concretos com  $f_{ck} \leq 35$  MPa
- b)  $x / d \leq 0,4$  para concretos com  $f_{ck} > 35$  MPa

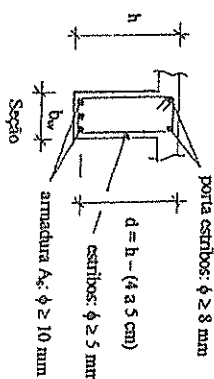
## 8.3 - Dimensionamento e verificação de vigas - estado limite último

### 8.3.1 - Largura mínima das vigas

A seção transversal das vigas não deve ter largura menor que 12 cm. Este limite pode ser reduzido para 10 cm, desde que sejam estudadas com detalhes o alojamento das armaduras e suas interferências com as armaduras de outros elementos estruturais respeitando os espaçamentos e cobrimentos mínimos permitidos.

### 8.3.2 - Flexão em vigas

#### a) Seção transversal



Largura:  $b_w \geq 12$  cm (Ver item 8.3.1)

Vigas embutidas em paredes:

$b_w = 12$  ou 14 cm: para blocos de cerâmica (1/2 tijolo)

$b_w = 19$  ou 20 cm: para blocos de cerâmica (1 tijolo)

$b_w = 14$  cm para blocos de concreto

$b_w = 19$  cm para blocos de concreto

Altura:

1/12  $\leq h \leq$  1/8 em geral

1/15  $\leq h \leq$  1/10 Vigas pouco carregadas

Figura 8.7 - Seção transversal das vigas

#### b) Armadura longitudinal

Dados  $M, b_w, h, f_{ck}$  (concreto),  $f_{yk}$  (aço), vem  $M_{sd} = \gamma \cdot M$  com  $\gamma = 1,4$ .

Calcula-se  $k_c = b_w \cdot d^2 / M_{sd}$  com  $d = h - 4$  cm ( $\phi \leq 20$  mm)

Para o valor de  $k_c$  calculado, a tabela dos coeficientes  $k$ , fornece  $\beta_x$  e  $k_s$ .

Se  $\beta_x \leq \beta_{x,lim}$  a solução com armadura simples é aceita.

Calcula-se a área da seção transversal de armadura  $A_s = k_s \cdot (M_{sd} / \sigma_s)$ .

Se  $\beta_x > \beta_{x,lim}$  a solução é adotar armadura dupla.

A taxa de armadura longitudinal tracionada deve ser  $\rho = A_s / A_c \geq \rho_{min}$  (ver item 8.3.2-c) A soma das áreas de armaduras tracionada e comprimida deve ser  $A_s + A_s' \leq 0,04 \cdot A_c$ .

#### COMENTÁRIOS:

1. Se  $\rho$  calculado  $\geq \rho_{min}$ , a área de armadura adotada é a área de armadura  $A_s$  calculada.
2. Se  $\rho$  calculado  $< \rho_{min}$ , a área de armadura adotada deve ser  $A_s = A_{s,min} = \rho_{min} \cdot A_c$ .
3. Em geral, usa-se aço CA-50 (com  $\phi 10 - 12,5 - 16 - 20$  mm) nas armaduras de vigas e pilares, deixando o aço CA-60 (com diâmetros menores) para estribos e armaduras mais leves (lajes, paredes, pisos, tubos), embora o CA-50 também possa ser usado nesses outros casos.
4. A armadura longitudinal das vigas pode ser constituída por barras isoladas ou por feixes formados por 2, 3 ou até 4 barras com  $\phi \leq 25$  mm. Convém evitar a armadura em feixes.

#### c) Armadura longitudinal mínima

A taxa de armadura longitudinal de tração deve ser  $\rho = A_s / A_c \geq \rho_{min}$ .

Seção retangular  $\rho_{min} = 0,025 \cdot f_{cd} / f_{yd} \geq 0,0015$

Seção T com mesa comprimida  $\rho_{min} = 0,024 \cdot f_{cd} / f_{yd} \geq 0,0015$

Seção T com mesa tracionada  $\rho_{min} = 0,031 \cdot f_{cd} / f_{yd} \geq 0,0015$

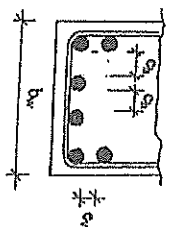
$A_c$  = área da seção de armadura longitudinal tracionada

Nas seções retangulares e T com mesa tracionada a área  $A_c$  corresponde à alma. Nas seções T com mesa comprimida a área  $A_c$  inclui a área da mesa colaborante.

#### d) Armadura longitudinal máxima

A soma das áreas das seções transversais de armadura de tração ( $A_s$ ) e armadura de compressão ( $A_s'$ ) fora da região de emendas, deve respeitar a condição:  $A_s + A_s' \leq 0,04 A_c$ .  $A_c$  = área da seção transversal de concreto definida em 8.3.2-c.

#### e) Espaço livre entre barras



$\phi$  do feixe = diâmetro do círculo com área igual à do feixe

Figura 8.8 - Espaço livre entre barras

- $s_n \geq 2 \text{ cm}$
- $1,2 \cdot \phi_{\text{max}} \text{ do agregado}$
- $\phi$  das barras ou  $\phi$  dos feixes
- $s_n \geq 2 \text{ cm}$
- $0,5 \cdot \phi_{\text{max}} \text{ do agregado}$

#### f) Armadura em mais de uma camada

Quando as barras não cabem em uma camada, respeitando  $s_n$ , dispor as barras em mais de uma camada.

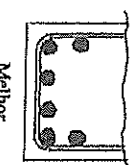
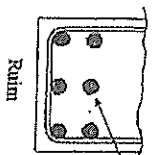


Figura 8.9 - Arranjo de barras em camadas

#### g) Barras longitudinais que chegam aos apoios

Deve-se prolongar até cada um dos apoios das vigas simples ou contínuas uma parte da armadura de tração correspondente a pelo menos 1/3 da área dessa armadura na seção de momento máximo no tramo. Essa área de armadura nos apoios deve ser formada por pelo menos duas barras. As barras longitudinais que chegam aos apoios devem ser detalhadas como mostram as Figuras 8.10 e 8.11.

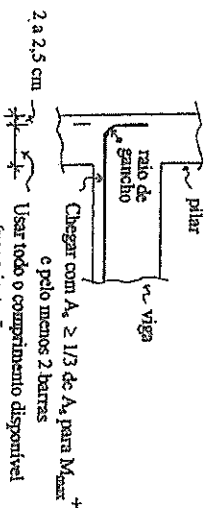
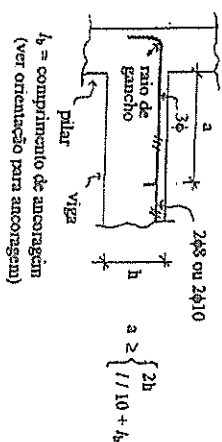


Figura 8.10 - Armadura positiva em apoio extremo



Observação: Na maioria dos casos os 2  $\phi$ s ou os 2  $\phi$ 10 usados como porta-estribos são suficientes para resistir o momento  $M_{\text{res}}$ . Se isso não acontecer, acrescentar uma terceira barra, mais curta de comprimento  $a$ , cortado da face do apoio.

Figura 8.11 - Armadura negativa em apoio extremo

#### h) Barras longitudinais alojadas na mesa

As barras longitudinais fracionadas alojadas na mesa, que fazem parte da armadura de vigas com seção T, podem ser distribuídas na largura  $b$  da mesa. Entretanto, para melhor controle da fissuração é recomendável que essas barras se distribuam em metade da largura da mesa.

#### 8.3.3 - Cisalhamento em vigas

As orientações que se seguem não se aplicam a vigas paredes e consolos curtos, que possuem critérios de cálculo próprios.

#### a) Força cortante solicitante de cálculo

- No caso de viga com seção de altura constante:

$$V_{sd} = \gamma_r \cdot V$$

onde:

$V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo

$V$  = força cortante em serviço

$\gamma_r$  = coeficiente de majoração das ações e solicitações = 1,4

- No caso de viga com seção de altura variável:

$$V_{sd,red} = V_{sd} \pm (M_{sd} / d) \cdot \text{tg} \beta$$

onde:

$M_{sd}$  = momento fletor solicitante de cálculo =  $\gamma_r \cdot M$

$M$  = momento fletor em serviço

$\gamma_r$  = coeficiente de majoração das ações e solicitações = 1,4

$\beta$  = ângulo entre as faces superior e inferior da viga na seção considerada

$V_{sd}$  e  $M_{sd}$  são tomados em valor absoluto e os sinais (+) ou (-) seguem a regra abaixo.

REGRA:

- Se  $d$  e  $|M_{sd}|$  crescem no mesmo sentido, adota-se o sinal negativo (-).

- Se  $d$  e  $|M_{sd}|$  crescem em sentidos contrários, adota-se o sinal positivo (+).

#### b) Verificação do concreto

Para afastar o perigo de ruptura das diagonais comprimidas de concreto, deve ser satisfeita a seguinte condição:

$$V_{sd} \leq V_{rd2}$$

onde:

$V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo =  $\gamma_f V$

$V_{rd2}$  = força cortante resistente de cálculo

A força cortante resistente de cálculo é dada por:

$$V_{rd2} = 0,27 \alpha_2 f_{ctd} b_w d$$

onde:

$$\alpha_2 = 1 - f_{ctd}/250 \quad \text{com } f_{ctd} \text{ em MPa}$$

**OBSERVAÇÃO:** Como simplificação, a expressão acima para  $V_{rd2}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com as unidades kN, MPa e cm e  $\gamma_c = 1,4$ :

$$V_{rd2} = 0,0193 (1 - f_{ctd}/250) f_{ctd} b_w d \quad (\text{kN}) \quad \text{com } f_{ctd} \text{ em MPa}$$

#### c) Verificação da suficiência da armadura mínima

Nas vigas não pode ser dispensada a armadura para cisalhamento. Pelo menos uma armadura mínima deve existir na alma.

Definição de taxa de armadura transversal:  $p_w = A_{sw} / (b_w s \sin \alpha)$

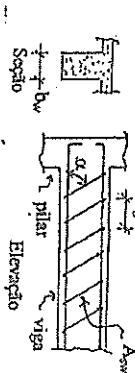


Figura 8.12 - Viga com armadura inclinada de um ângulo  $\alpha$  com seu eixo longitudinal

- Armadura constituída por barras dobradas:

$A_{sw}$  = área da seção transversal de uma barra

- Armadura constituída por estribos:

$A_{sw}$  = área da seção transversal de todos os ramos verticais de estribos na mesma seção

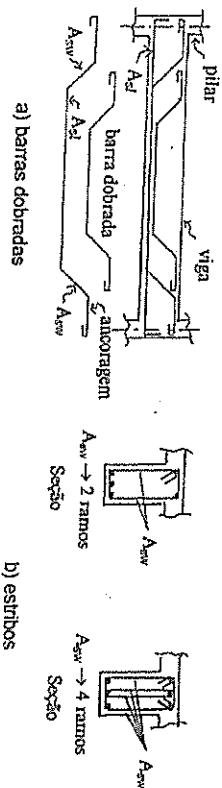


Figura 8.13 - Área  $A_{sw}$  da seção transversal de armadura para barras dobradas e estribos

Deve ser satisfeita a condição:  $p_w \geq p_{w,min}$

$$p_{w,min} = 0,2 (f_{em} / f_{yk})$$

onde:

$f_{em}$  = resistência média do concreto à tração =  $0,3 f_{ct}$

$f_{yk}$  = valor característico do limite de escoamento do aço da armadura transversal

**OBSERVAÇÃO:** Como simplificação, a expressão acima para  $p_{w,min}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com a unidade MPa:

$$p_{w,min} = 0,00024 f_{ct}^{2/3} \quad \text{para CA-25}$$

$$p_{w,min} = 0,00012 f_{ct}^{2/3} \quad \text{para CA-50 e CA-60}$$

$V_{rd2}(p_{w,min})$  é a força cortante resistente de cálculo correspondente à taxa  $p_w = p_{w,min}$ . Aplicando o item seguinte (item 8.3.3-d), para o trecho de  $p_{w,min}$  dados acima, é possível determinar a expressão que fornece  $V_{rd2}(p_{w,min})$  na flexão simples com as unidades kN, MPa e cm:

$$V_{rd2}(p_{w,min}) = 0,0137 f_{ct}^{2/3} b_w d \quad (\text{kN})$$

#### CONCLUSÕES:

1.  $V_{rd2}(p_{w,min})$  é o maior valor de força cortante, no trecho de viga situado entre a seção de força cortante nula e o apoio, para o qual a taxa mínima de armadura é suficiente para definir a armadura transversal.

2. Se  $V_{sd,max} \leq V_{rd2}(p_{w,min})$ :

- adotar  $p_w = p_{w,min}$  e calcular a armadura mínima ( $A_{sw}/s$ )<sub>min</sub> correspondente, conforme o item seguinte (item 8.3.3-d), para o trecho onde  $0 \leq V_{sd} \leq V_{sd,max}$ .

3. Se  $V_{sd,max} > V_{rd2}(p_{w,min})$ :

- calcular  $p_w$  necessário para  $V_{sd,max}$  e a armadura ( $A_{sw}/s$ )<sub>cal</sub> correspondente, conforme o item seguinte (item 8.3.3-d), para o trecho onde  $V_{rd2}(p_{w,min}) \leq V_{sd} \leq V_{sd,max}$  e

- adotar  $p_w = p_{w,min}$  e calcular a armadura mínima ( $A_{sw}/s$ )<sub>min</sub> correspondente, conforme o item seguinte (item 8.3.3-d), para o trecho onde  $0 \leq V_{sd} \leq V_{rd2}(p_{w,min})$ .

#### d) Cálculo da armadura para cisalhamento

Nas vigas, a armadura para cisalhamento pode ser constituída só por estribos verticais ou pela composição de estribos verticais e barras dobradas a 45°. Neste segundo caso, não poderá caber às barras dobradas mais que 60% da força cortante a ser resistida por armadura.

As barras dobradas são representadas pelos trechos inclinados das barras da armadura longitudinal positiva que são dobradas para cima ou das barras da armadura longitudinal negativa que são dobradas para baixo e depois ancoradas, como mostra a Figura 8.14.

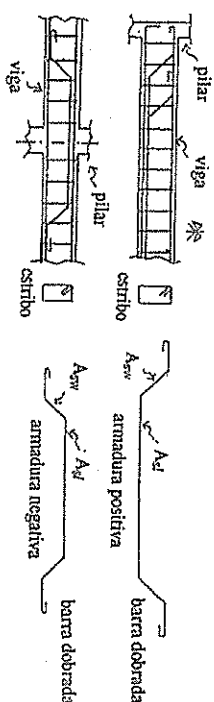


Figura 8.14 - Armadura para cisalhamento formada por barras dobradas e estribos

A armadura transversal para resistir os esforços oriundos da força cortante deverá ser calculada pela analogia da trilha clássica de Mörtsch com diagonais comprimidas inclinadas de 45°.

1. A resistência ao cisalhamento é assegurada quando verificada a seguinte condição:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3}$$

com:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde:

$V_{sd}$  = força cortante solicitante de cálculo =  $\gamma_f \cdot V$

$V_{Rd3}$  = força cortante resistente de cálculo nos elementos com armadura para cisalhamento

$V_c$  = contribuição do concreto e dos mecanismos complementares na resistência ao cisalhamento

$V_{sw}$  = contribuição da armadura na resistência ao cisalhamento

2. Na flexão simples a contribuição do concreto  $V_c$  é dada por:

$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

com:

$$f_{ctd} = 0,21 \cdot f_{ctk}^{2/3} / \gamma_c \quad \text{em MPa}$$

OBSERVAÇÃO: Como simplificação, a expressão acima para  $V_c$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com as unidades kN · MPa e cm e  $\gamma_c = 1,4$ :

$$V_c = 0,009 \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{kN})$$

3. A contribuição da armadura  $V_{sw}$  é dada por:

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) \cdot 0,9 \cdot d \cdot \sigma_{sw} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

onde:

$A_{sw}$  = área da seção transversal da armadura para cisalhamento

$s$  = espaçamento das barras da armadura medido na direção do eixo da viga

$\alpha$  = ângulo de inclinação das barras da armadura em relação ao eixo da viga, podendo-se tomar  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

$\sigma_{sw}$  = tensão de cálculo da armadura

4. No dimensionamento faz-se  $V_{Rd3} = V_{sd}$ . Por isso, de 1 vem que a armadura para cisalhamento deverá ser dimensionada para:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

5. Armadura constituída por estribos verticais:

$$p_w = (V_{sd} - V_c) / (0,9 \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{sw})$$

$$A_{sw/s} (\text{cm}^2/\text{m}) = p_w (\%) \cdot b_w (\text{cm})$$

onde  $A_{sw}$  é a soma das áreas das seções transversais de todos os ramos verticais de estribos considerados na mesma seção.

Respeitar a condição:  $p_w \geq p_{w,min}$

6. Armadura constituída por estribos e barras dobradas a 45°.

Para os estribos deverá caber a parcela  $k \cdot (V_{sd} - V_c)$ , com  $k \geq 0,4$ , e para as barras dobradas deverá caber a parcela restante  $(1 - k) \cdot (V_{sd} - V_c)$  do cisalhamento a ser resistido por armadura.

- Para os estribos:

$$A_{sw/s} (\text{cm}^2/\text{m}) = p_{we} (\%) \cdot b_w (\text{cm})$$

onde  $A_{sw}$  é a soma das áreas das seções transversais de todos os ramos verticais de estribos considerados na mesma seção.

- Para as barras dobradas:

$$A_{sw/b} (\text{cm}^2) = 0,707 \cdot p_{wb} (\%) \cdot b_w (\text{cm}) \cdot s (\text{cm})$$

onde  $A_{sw/b}$  é a área da seção transversal de uma barra dobrada.

Respeitar a condição:  $p_{we} + p_{wb} \geq p_{w,min}$

7. Tensão de cálculo da armadura

A tensão  $\sigma_{sw}$  para cálculo da armadura transversal não poderá ultrapassar a resistência de cálculo  $f_{yd}$  do aço no caso de estribos verticais e 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando em ambos os casos valores superiores a 435 MPa.

AÇO	Estribos	Barras dobradas
CA-25	217 MPa	152 MPa
CA-50 e CA-60	435 MPa	305 MPa

8. Nas peças com altura variável, far-se-á  $V_c = 0$  quando o valor absoluto de  $V_{sd}$  já houver sido reduzido pela parcela  $(M_{sd} / d) \cdot \text{tg} \beta$  (ver item 8.3.3-a).

e) Exigências para a armadura transversal

- Para os estribos:

Diâmetro  $\phi$ :  $5 \text{ mm} \leq \phi \leq b_w / 10$

Espaçamento longitudinal  $s$ :

- se  $V_{sd,max} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$   $s \leq 0,6 \cdot d$  e 30 cm

- se  $V_{sd,max} > 0,67 \cdot V_{Rd2}$   $s \leq 0,3 \cdot d$  e 20 cm

Espaçamento transversal  $s_t$ :

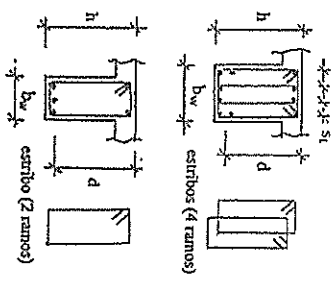
- se  $V_{sd,max} \leq 0,20 \cdot V_{Rd2}$   $s_t \leq d$  e 80 cm

- se  $V_{sd,max} > 0,20 \cdot V_{Rd2}$   $s_t \leq 0,6 \cdot d$  e 35 cm

- Para barras dobradas a 45°:

Espaçamento longitudinal  $s \leq 1,2 \cdot d$

Figura 8.15 - Seção transversal de viga





### 8.3.4 - Arranjos de armaduras para cisalhamento

O diagrama de força cortante resistente,  $V_{ca}$ , deve cobrir o diagrama de força cortante solicitante,  $V_{cs}$ .

O diagrama de  $V_{ca}$  é obtido em função do carregamento sobre a viga. O diagrama de  $V_{cs}$  é obtido em função da distribuição das armaduras para cisalhamento.

#### a) Armadura constituída por estribos verticais

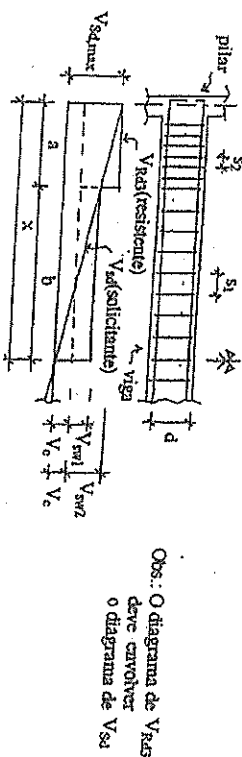
A Figura 8.16 mostra os diagramas de  $V_{ca}$  (resistente) e de  $V_{cs}$  (solicitante) no caso de armadura para cisalhamento constituída por estribos verticais. Nessa figura,  $V_c$  é a parcela de  $V_{ca}$  resistida pelo concreto,  $V_{sw1}$  é a parcela de  $V_{ca}$  resistida pelos estribos com espaçamento  $s_1$  e  $V_{sw2}$  é a parcela de  $V_{ca}$  resistida pelos mesmos estribos com espaçamento  $s_2 < s_1$ , onde:

$$V_c = 0,009 f_{ck}^{2/3} b_w d$$

$$V_{sw1} = (z/s_1) A_{sw} \sigma_{sw} = (0,9 d/s_1) A_{sw} \sigma_{sw}$$

$$V_{sw2} = (z/s_2) A_{sw} \sigma_{sw} = (0,9 d/s_2) A_{sw} \sigma_{sw}$$

Na Figura 8.16, a área do retângulo de altura  $V_c$  corresponde à parcela de força cortante resistente pelo concreto no comprimento  $x$ ; a área do retângulo de altura  $V_{sw1}$  corresponde à parcela de força cortante resistida pelos estribos com espaçamento  $s_1$  no comprimento  $b$  e a área do retângulo de altura  $V_{sw2}$  corresponde à parcela de força cortante resistida pelos estribos com espaçamento  $s_2$  no comprimento  $a$ . Se for adotado um espaçamento  $s_2$  único para os estribos, haverá só um retângulo de altura  $V_{sw} = (V_{sw1} + V_{sw2})$  e de comprimento  $x$ .



Obs.: O diagrama de  $V_{ca}$  deve envolver o diagrama de  $V_{cs}$

Figura 8.16 - Diagramas de força cortante de cálculo no caso de armadura constituída só por estribos

#### b) Armadura constituída por estribos verticais e barras dobradas a 45°

A Figura 8.17 mostra os diagramas de  $V_{ca}$  (resistente) e de  $V_{cs}$  (solicitante) no caso de armadura para cisalhamento constituída por estribos verticais e barras dobradas a 45°. Nessa figura,  $V_c$  é a parcela de  $V_{ca}$  resistida pelo concreto,  $V_{sw}$  é a parcela de  $V_{ca}$  resistida pelos estribos com espaçamento  $s$  e  $V_{db}$  é a parcela de  $V_{ca}$  resistida pelas barras dobradas que cruzam o eixo da viga em posições que devem ser determinadas em função do diâmetro e do número de barras adotadas.

$$V_c = 0,009 f_{ck}^{2/3} b_w d$$

$$V_{db} = (z/s) A_{sw} \sigma_{sw} = (0,9 d/s) A_{sw} \sigma_{sw}$$

Na Figura 8.17, a área do retângulo de altura  $V_c$  corresponde à parcela de força cortante resistida pelo concreto no comprimento  $x$ , a área do retângulo de altura  $V_{sw}$  corresponde à parcela de força cortante resistida pelos estribos com espaçamento  $s$  no comprimento  $x$  e a área do triângulo de altura  $V_{db}$  corresponde à parcela de força cortante resistida pelas barras dobradas no comprimento  $a$ .

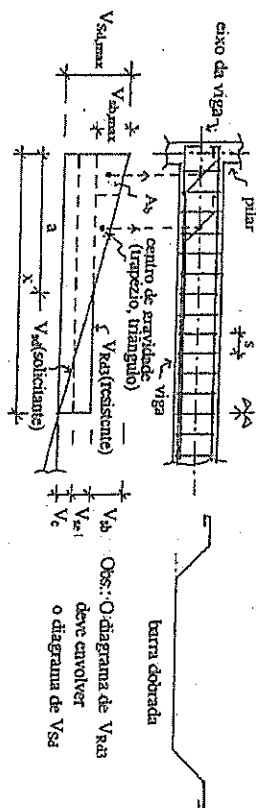


Figura 8.17 - Diagramas de força cortante de cálculo no caso de armadura constituída por estribos verticais e barras dobradas a 45°

No estudo do cisalhamento em concreto armado, pode ser deduzida a expressão:

$$\Sigma A_{sw,b} = 0,707 A_b / (z \sigma_{sw,b})$$

onde  $\Sigma A_{sw,b}$  é a soma das áreas das seções transversais das barras dobradas e  $A_b$  é a área no diagrama de força cortante, como o da Figura 8.17, correspondente a todas as barras dobradas.

Como se admite usualmente,  $z = 0,9d$ . Levando este valor de  $z$  para a expressão anterior vem:

$$\Sigma A_{sw,b} = 0,786 A_b / (d \sigma_{sw,b})$$

Adotando-se o diâmetro para as barras dobradas e sendo  $A_{sw,b}$  a área da seção transversal de uma barra, o número de barras necessárias será:

$$n = (\Sigma A_{sw,b}) / A_{sw,b}$$

A área  $A_b$  no diagrama é dividida em partes iguais ao número de barras necessárias e os centros de gravidade dessas áreas menores são projetados ortogonalmente sobre o eixo longitudinal da viga, determinando, assim, os pontos onde as barras dobradas devem cruzar aquele eixo a 45°. A Figura 8.17 ilustra esta técnica para o caso de duas barras dobradas.

### 8.3.5 - Distribuição dos estribos

A distribuição dos estribos ao longo da viga é feita usando-se o diagrama de força cortante solicitante de cálculo ( $V_{cs}$ ) ou o diagrama de força cortante solicitante em serviço ( $V$ ).

#### a) Distribuição dos estribos usando o diagrama de força cortante solicitante de cálculo $V_{cs}$

A Figura 8.18 mostra um trecho de viga sob carga distribuída uniformemente  $p_d = \gamma_r p$  e o respectivo diagrama de força cortante de cálculo  $V_{cs}$ , onde  $\gamma_r = 1,4$ .

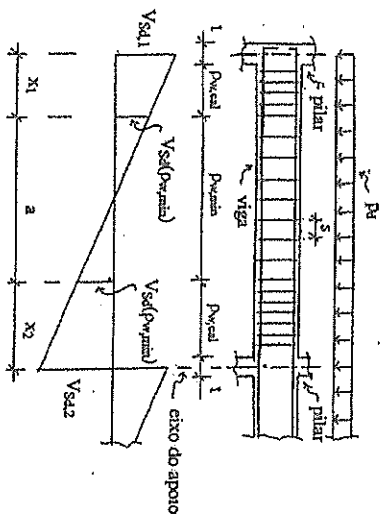


Figura 8.18 - Distribuição dos estibos ao longo de uma viga

Como foi visto no item 8.3.3-c, é possível determinar  $V_{sd(\sigma_{vmin})}$ , que é o maior valor de força cortante, no trecho de viga a partir da seção de força cortante nula, para o qual a taxa mínima de armadura é suficiente para definir a armadura transversal.

No diagrama de força cortante solicitante de cálculo, a  $V_{sd(\sigma_{vmin})}$  corresponde a força cortante  $V_{sd(\sigma_{vmin})} = V_{sd(\sigma_{vmin})}$  dada por:

$$V_{sd(\sigma_{vmin})} = 0,0137 \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{KN})$$

com  $f_{ck}$  (MPa),  $b_w$  (cm) e  $d$  (cm).

No trecho de comprimento  $a$ , limitado por  $V_{sd(\sigma_{vmin})}$  de cada lado da seção de força cortante nula, será distribuída a armadura mínima ( $A_{sw}/s)_{min}$  calculada com a taxa  $\rho_{vmin}$ . Nos trechos seguintes, de comprimentos ( $x_1 - l/2$ ) e ( $x_2 - l/2$ ), até os apoios, serão distribuídas as armaduras ( $A_{sw}/s)_{cal}$  calculadas com  $\rho_{vcal}$  para  $V_{sd,max}$  junto de cada apoio, respectivamente.

Para carga distribuída de cálculo  $P_d = \gamma \cdot p$ , onde  $\gamma = 1,4$ , vem:

$$x_1 = [V_{sd1} - V_{sd(\sigma_{vmin})}] / P_d \quad x_2 = [V_{sd2} - V_{sd(\sigma_{vmin})}] / P_d$$

contados do centro de cada apoio até a seção onde  $V_{sd} = V_{sd(\sigma_{vmin})}$ .

Para escolha do diâmetro e do espaçamento dos estibos, consultar a tabela em anexo.

b) Distribuição dos estibos usando o diagrama de força cortante solicitante em serviço V.

A Figura 8.19 mostra um trecho de viga sob carga distribuída uniformemente  $p$  e o respectivo diagrama de força cortante solicitante em serviço V.

Como foi visto no item 8.3.3-c, é possível determinar  $V_{sd(\sigma_{vmin})}$ , que é o maior valor de força cortante, no trecho de viga a partir da seção de força cortante nula, para o qual a taxa mínima de armadura é suficiente para definir a armadura transversal.

No diagrama de força cortante solicitante em serviço, a essa força cortante  $V_{sd(\sigma_{vmin})}$  corresponde a força cortante  $V(\sigma_{vmin}) = V_{sd(\sigma_{vmin})} / \gamma$  que, com  $\gamma = 1,4$ , é dada por:

$$V(\sigma_{vmin}) = 0,0098 \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{KN})$$

com  $f_{ck}$  (MPa),  $b_w$  (cm) e  $d$  (cm).

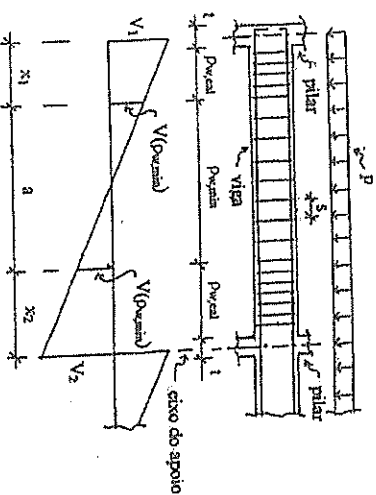


Figura 8.19 - Distribuição dos estibos ao longo de uma viga

No trecho de comprimento  $a$ , limitado por  $V(\sigma_{vmin})$  de cada lado da seção de força cortante nula, será distribuída a armadura mínima ( $A_{sw}/s)_{min}$  calculada com a taxa  $\rho_{vmin}$ . Nos trechos seguintes, de comprimentos ( $x_1 - l/2$ ) e ( $x_2 - l/2$ ), até os apoios, serão distribuídas as armaduras ( $A_{sw}/s)_{cal}$  calculadas com a taxa  $\rho_{vcal}$  para  $V_{max}$  junto de cada apoio, respectivamente.

Para carga distribuída em serviço  $p$ :

$$x_1 = [V_1 - V(\sigma_{vmin})] / p \quad x_2 = [V_2 - V(\sigma_{vmin})] / p$$

contados do centro de cada apoio até a seção onde  $V = V(\sigma_{vmin})$ .

Para escolha do diâmetro e do espaçamento dos estibos, consultar a tabela em anexo.

### 8.3.5 - Detalhamento da armadura longitudinal

O detalhamento da armadura longitudinal ao longo da viga é feito usando-se o diagrama de momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{sd}$ ) ou o diagrama de momento fletor solicitante em serviço ( $M$ ).

O diagrama de  $M_{sd}$  deve ser desenhado de acordo com uma escala adotada para o comprimento do diagrama e outra adotada para  $M_{sd}$ . Uma escala boa para o comprimento do diagrama é 1:50 e outra boa para  $M_{sd}$  é aquela em que 1 cm = 1000 kN.cm. Em seguida, o diagrama de  $M_{sd}$  deverá ser deslocado, na mesma escala adotada para o comprimento, dando a seus pontos uma translação paralela ao eixo da viga, de valor igual a  $a$ , no sentido de aumentar os momentos fletores de cada seção.

Armadura	$\eta = (V_{sd,max} - V_d) / V_{sd,max}$		
	$\eta \leq 0,7$	$0,7 < \eta < 0,9$	$\eta \geq 0,9$
Toda a armadura para cisalhamento é inclinada de 45° sobre o eixo da viga	1,00.d	0,50.d	0,20.d
Nos outros casos	1,00.d	0,75.d	0,50.d

As áreas  $A_s$  das seções transversais de armadura longitudinal das vigas são calculadas nas seções de momentos máximos em cada tramo e sobre os apoios. Afastando-se dessas seções, para cada um de seus lados, o momento fletor diminui e a quantidade de armadura necessária também diminui. Por isso, aquelas áreas de armadura calculadas nas seções de momentos máximos podem ser reduzidas ao longo da viga acompanhando a diminuição dos momentos fletores.

Essa redução de armadura é conseguida mediante o prolongamento das barras longitudinais determinadas nas seções de momentos máximos, para cada um dos lados dessas seções, e sucessivas interrupções por corte de parte das barras naquelas seções a partir das quais elas não são mais necessárias. Como alternativa, em vez de serem cortadas, essas barras podem ser dobradas a 45° e participar da armadura para cisalhamento. Entretanto, uma parte da armadura inferior de tração, correspondente a um terço da área dessa armadura determinada na seção de momento máximo em cada tramo, deverá ser prolongada até cada um dos apoios e ser composta por pelo menos duas barras.

Para determinação dos pontos de interrupção ou dobramento das barras longitudinais, o diagrama de  $M_{sd}$  (solicitante) deslocado deverá ser coberto pelo diagrama de  $M_{Rd}$  (resistente).

O diagrama de  $M_{sd}$  (solicitante) é o diagrama de momentos fletores obtido, em função das características geométricas da viga em questão e das ações (cargas) de cálculo sobre ela.

O diagrama de  $M_{Rd}$  (resistente) é o diagrama de momentos fletores obtido em função das características geométricas e mecânicas das seções de concreto e armadura e da distribuição das barras da armadura longitudinal ao longo da viga, como comentado acima.

O diagrama de  $M_{Rd}$  (resistente) é aquele cujos pontos possuem ordenadas dadas por:

$$M_{Rd} = R_s \cdot z$$

onde:

$$R_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot f_{yd}$$

$$z = 0,9 \cdot d$$

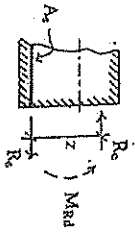


Figura 8.20 - Flexão de uma viga

como mostra a Figura 8.20.

A área  $A_s$  de armadura varia ao longo da viga por causa dos cortes ou dos dobramentos das barras. Por isso, o momento resistente de cálculo  $M_{Rd}$  também varia na mesma proporção ao longo do vão. Para que não ocorra ruptura, em qualquer seção da viga, deve ser satisfeita a condição:

$$M_{Rd} (\text{resistente}) \geq M_{sd} (\text{solicitante})$$

Portanto, a interrupção ou o dobramento de parte das barras longitudinais deve ser feito de modo que o diagrama de  $M_{Rd}$  possa envolver o diagrama de  $M_{sd}$ .

**a) Cobrimento do diagrama de momentos solicitantes**

Para aplicação da técnica exposta, nas construções gráficas mostradas a seguir pode ser usado o diagrama de momentos solicitantes em serviço,  $M_i$ .

Considere-se uma viga simplesmente apoiada como a mostrada na Figura 8.21. A área da seção transversal de armadura é determinada na seção de momento fletor máximo que, no caso em discussão, é aquela situada no meio do vão.

Admita-se que essa armadura seja composta por cinco barras de diâmetros iguais. Assim sendo, cada barra deve resistir 1/5 desse momento e a ordenada AB no diagrama de  $M_i$  (solicitante) deve ser dividida em cinco partes iguais. A dimensão de cada um desses cinco segmentos entre A e B representa a contribuição de cada barra na resistência ao momento naquela seção, como mostra a Figura 8.21.

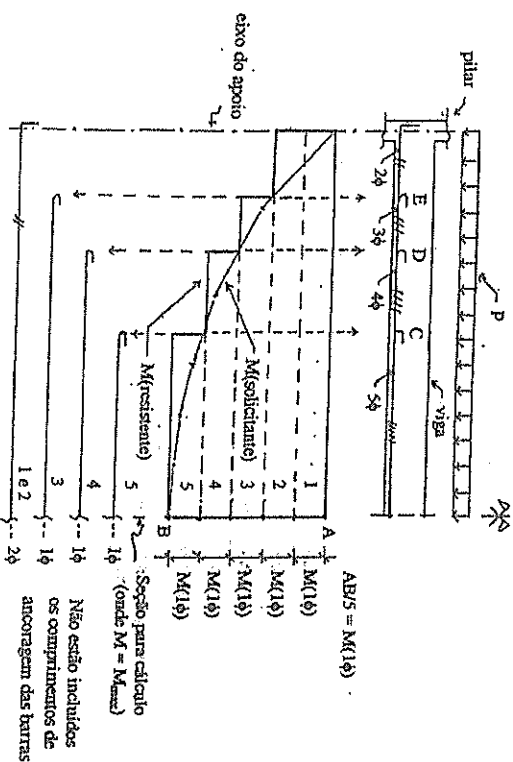


Figura 8.21 - Cobrimento do diagrama de momentos solicitantes

Se todas as barras forem prolongadas até o apoio e a viga tiver seção constante, como no caso em questão, a viga terá resistência AB igual em todas as seções. O diagrama de  $M_i$  (resistente) será o contorno de um retângulo de altura AB e comprimento igual à metade do vão. Esse diagrama decorre da justaposição de cinco retângulos menores de mesmo comprimento e altura igual a 1/5 de AB que representam, cada um, a contribuição de uma barra. Esta conduta não é seguida na maioria dos casos da prática.

Para adequar a variação do momento resistente,  $M_{Rd}$  (resistente), à variação do momento solicitante,  $M_i$  (solicitante), parte da armadura é constituída por barras que são levadas até o apoio e a outra parte é formada por barras mais curtas que são cortadas antes de alcançarem o apoio.

São apresentadas duas versões para explicar a técnica usada para distribuir essa armadura. A preferência por uma ou por outra fica para o leitor, conforme a que achar mais simples.

**1ª. versão da explicação:**

Na seção de momento solicitante máximo, são necessárias as cinco barras no caso tomado como exemplo. As cinco barras são necessárias para resistir o momento naquela seção, dado pela ordenada AB. Portanto, cada barra contribui com uma parcela de  $M_i$  (resistente) igual a 1/5 de AB.

As cinco barras são prolongadas da seção de  $M(\text{solicitante})$  máximo, em direção ao apoio, até a seção em C onde  $M(\text{solicitante})$  é igual a  $4/5$  de AB, A1, uma das barras (barra 5 na Figura 8.21) pode ser interrompida. Seguem as outras quatro até a seção em D onde  $M(\text{solicitante})$  é igual a  $3/5$  de AB, A1, mais uma das barras (barra 4) é interrompida. Seguem as outras três até a seção em E onde  $M(\text{solicitante})$  é igual a  $2/5$  de AB, A1, mais uma das barras (barra 3) é interrompida.

Como já foi mencionado, uma parte da armadura inferior de tração, correspondente a um terço da área dessa armadura determinada na seção de momento máximo, em cada tramo, deve ser prolongada até cada um dos apoios e ser composta por pelo menos duas barras.

Por isso, as duas barras restantes (barras 1 e 2), que são aquelas situadas nos cantos dos estribos, devem seguir até o apoio.

## 2ª versão da explicação:

Como já é sabido, uma parte da armadura inferior de tração, correspondente a um terço da área dessa armadura determinada na seção de momento máximo, em cada tramo, deve ser prolongada até cada um dos apoios e ser composta por pelo menos duas barras.

Por isso, das cinco barras, as barras 1 e 2 na Figura 8.21, que são aquelas situadas nos cantos dos estribos, são levadas da seção de momento solicitante máximo até o apoio. Cada uma contribui com um retângulo de altura  $1/5$  de AB que vai até o apoio. Com essas duas barras são resistidos os momentos das seções com  $M(\text{solicitante})$  de valor até  $2/5$  do momento solicitante máximo representado por AB. A barra 3, partindo da seção de momento máximo, é interrompida em E e junto com as barras 1 e 2 resistem até  $3/5$  de AB. A barra 4, partindo da seção de momento máximo, é interrompida em D e junto com as barras 1, 2 e 3 resistem até  $4/5$  de AB. Finalmente, a barra 5, partindo da seção de momento solicitante máximo, é interrompida em C e junto com as outras quatro barras resistem até o momento solicitante máximo dado por AB.

O diagrama de  $M(\text{resistente})$  é a linha quebrada na Figura 8.21, que deve envolver o diagrama de  $M(\text{solicitante})$  oriundo das ações (cargas) para que, em qualquer seção, seja verificada a condição:

$$M(\text{resistente}) \geq M(\text{solicitante})$$

Esse procedimento usado para distribuição das barras da armadura longitudinal também é conhecido por *escalonamento das barras da armadura longitudinal*. Diz-se, por isso, que as barras da armadura de flexão são distribuídas de forma escalonada.

Quando a armadura longitudinal é constituída por barras com diâmetros diferentes, cada barra deve resistir uma parte do momento que é proporcional à área da sua seção transversal e a ordenada AB no diagrama de  $M(\text{solicitante})$  naquela seção deve ser dividida em partes proporcionais às áreas das barras correspondentes, como será mostrado adiante na Figura 8.24.

## b) Deslocamento do diagrama de momentos solicitantes

Depois da explicação sobre a necessidade do cobrimento do diagrama de  $M(\text{solicitante})$ , vem a explicação sobre a necessidade do deslocamento desse diagrama.

O diagrama que deve ser coberto pelo diagrama de  $M(\text{resistente})$  é o diagrama de  $M(\text{solicitante})$  deslocado. Esse diagrama é obtido dando aos pontos do diagrama inicial uma translação na mesma escala usada, paralela ao eixo da viga e no sentido desfavorável, de valor igual a  $a_i$ , como indicado na tabela no início deste item 8.3.6.

Este procedimento também é conhecido por *translação do diagrama de momentos fatores, decalagem do diagrama de momentos*, *regra da translação* e *regra da decalagem*. Todas as denominações têm o mesmo significado.

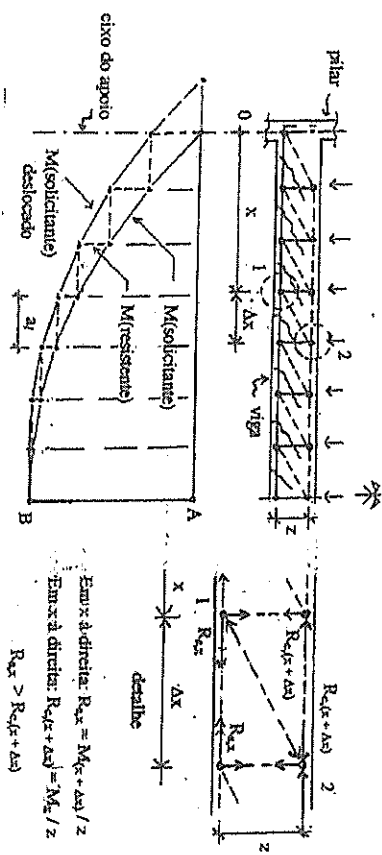
Se a força cortante não estivesse presente junto com a flexão, caso raro de flexão pura, só existiam tensões normais nas seções transversais das vigas e estas seriam as tensões principais. Neste modo, as fissuras na alma causadas pelas tensões de tração seriam todas perpendiculares ao eixo da viga e a teoria clássica de flexão para as vigas seria aplicável neste caso. Assim, seria suficiente seguir a orientação dada no item 8.3.6-a porque, como mostra a Figura 8.20, a resultante de tração nas barras da armadura longitudinal, em cada seção, seria dada por:

$$R_x = M / z$$

onde:  
M = momento solicitante na seção considerada  
 $z = 0,9 \cdot d$

Conclui-se, na presença de força cortante simultânea com o momento fletor, inclina as direções das tensões principais e as fissuras na alma causadas pelas tensões de tração são inclinadas com o eixo da viga.

Como foi mostrado no estudo do cisalhamento, em concreto armado, depois que o concreto fissura na alma, o mecanismo resistente aos esforços internos de compressão e tração se assemelha a uma treliça, como mostra a Figura 8.22.



### c) Deslocamento e cobrimento do diagrama de momentos sollicitantes

Por motivo didático as operações que devem ser efetuadas foram apresentadas na ordem inversa daquela que realmente deve ser seguida na prática. Agora, as operações que devem ser realizadas serão colocadas nos seus devidos lugares.

Considere-se uma viga simplesmente apoiada como a mostrada na Figura 8.23. Determinem-se os momentos fletores sollicitantes em algumas seções, inclusive a de momento máximo.

O diagrama de  $M(solicitante)$  é desenhado numa escala conveniente: Uma escala boa para o comprimento do diagrama é 1:50 e outra boa para  $M$  é aquela em que  $1\text{ cm} = 1000\text{ KN.cm}$ . Dê-se ao diagrama um deslocamento  $a_1$  como indicado no início deste item 8.3.6. A área da seção transversal de armadura é determinada na seção de momento fletor máximo que, neste caso, é aquela situada no meio do vão.

Admita-se que essa armadura seja composta por cinco barras de mesmo diâmetro. Assim sendo, cada barra deve resistir  $1/5$  do momento máximo e a ordenada AB no diagrama de  $M(solicitante)$  deve ser dividida em cinco partes iguais. A dimensão de cada um desses segmentos entre A e B representa a contribuição de cada barra na resistência ao momento naquela seção.

Cobre-se o diagrama de  $M(solicitante)$  deslocado para resistir os momentos nas outras seções e determinam-se os comprimentos e as posições das barras para que isso seja conseguido. Introduzem-se os comprimentos de ancoragem para definir os comprimentos finais das barras. Esses comprimentos de ancoragem não estão incluídos nas barras da Figura 8.23.

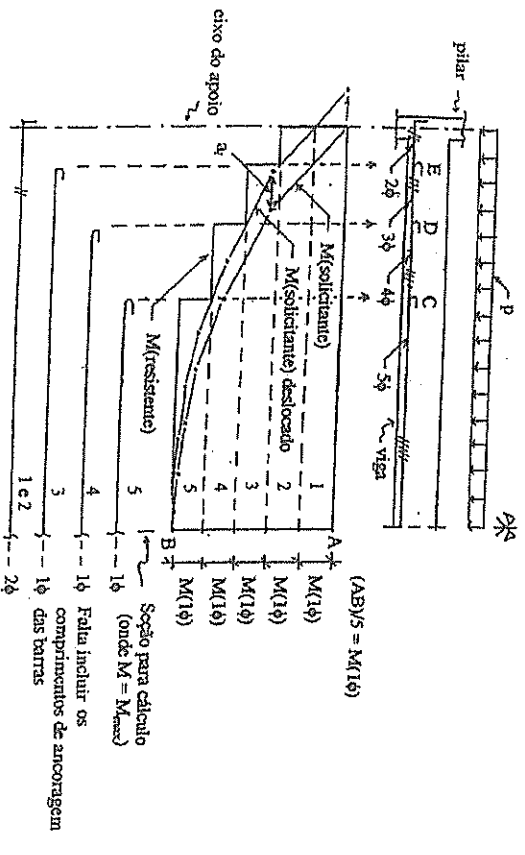


Figura 8.23 - Deslocamento e cobrimento do diagrama de momentos sollicitantes

Admita-se, agora, que a armadura dessa viga seja composta por quatro barras com diâmetros diferentes: duas barras com 16 mm e 2 barras com 12,5 mm de diâmetro. Assim sendo, cada barra deve resistir uma parte do momento máximo que é proporcional à área da sua seção transversal e a ordenada AB no diagrama de  $M(solicitante)$  naquela seção deve ser dividida em quatro partes proporcionais às áreas das barras correspondentes, como mostra a Figura 8.24. Cobre-se o diagrama de  $M(solicitante)$  deslocado para resistir os momentos nas outras seções e determinam-se os comprimentos e as posições das barras para que isso seja conseguido. Introduzem-se os comprimentos de ancoragem para definir os comprimentos finais das barras. Esses comprimentos de ancoragem não estão incluídos nas barras da Figura 8.24.

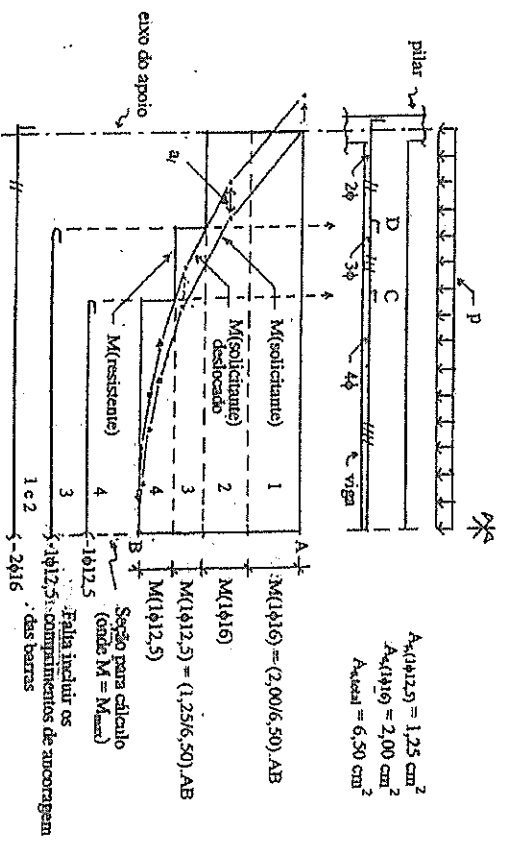


Figura 8.24 - Deslocamento e cobrimento do diagrama de momentos sollicitantes

As armaduras negativas sobre os apoios recebem o mesmo tratamento dado às armaduras positivas nos vãos. Considere-se a região de momentos negativos junto a um apoio interno de uma viga, como mostra a Figura 8.25.

Desloca-se o diagrama de  $M(solicitante)$  no sentido de afastá-lo do apoio. A área da seção transversal de armadura é determinada na seção situada sobre o apoio. Admita-se que essa armadura seja composta por quatro barras com diâmetros diferentes: duas barras com 10 mm e 2 barras com 12,5 mm de diâmetro. Assim sendo, a ordenada AB no diagrama de  $M(solicitante)$  naquela seção deve ser dividida em quatro partes proporcionais às áreas das barras correspondentes, como mostra a Figura 8.25.

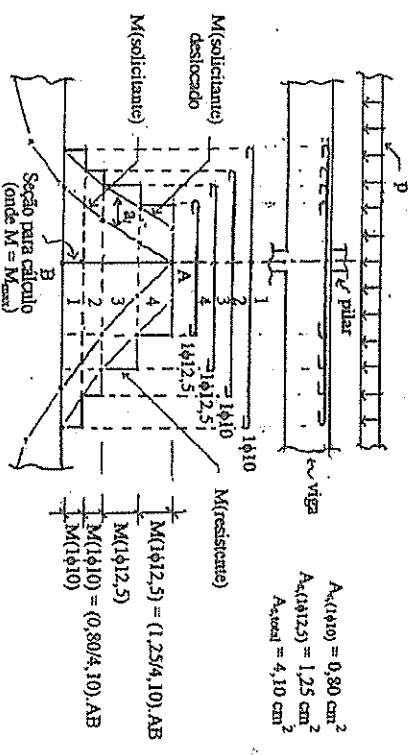


Figura 8.25 - Deslocamento e cobrimento do diagrama de momentos sollicitantes

Cobre-se o diagrama de  $M$  (solitante) deslocado para resistir os momentos nas outras seções e determinam-se os comprimentos e as posições das barras para que isso seja conseguido. Introduzem-se os comprimentos de ancoragem para definir os comprimentos finais das barras. Esses comprimentos de ancoragem não estão incluídos nas barras da Figura 8.25.

O detalhamento das barras da armadura longitudinal positiva pode ser realizado de modo diferente daquele apresentado nas Figuras 8.21, 8.23 e 8.24, desde que o diagrama de  $M$  (resistente) resultante cubra o diagrama de  $M$  (solitante) deslocado. Uma outra alternativa é apresentada na Figura 8.26.

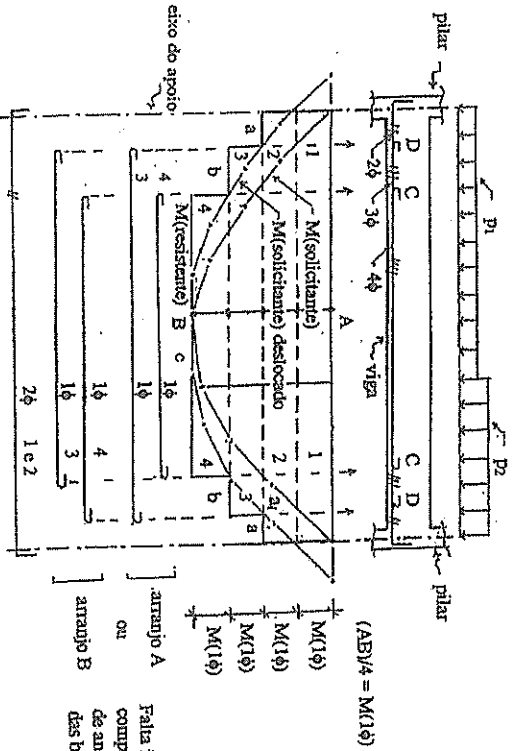


Figura 8.26 - Soluções alternativas para cobertura do diagrama de momentos solitantes

Na Figura 8.26, o arranjo A é aquele das Figuras 8.21, 8.23 e 8.24 e o arranjo B é uma outra solução. As barras 1 e 2, que chegam aos apoios, são as mesmas que participam dos dois arranjos. Mudam as situações das barras 3 e 4 no lado direito do arranjo B. No diagrama de  $M$ , as faixas 3 e 4 correspondem às barras 3 e 4 do arranjo A, que é o mesmo das Figuras 8.21, 8.23 e 8.24.

No arranjo A da Figura 8.26, as barras 1 e 2, que chegam aos apoios, contribuem com as faixas 1 e 2 para cobrir parte do diagrama de  $M$  deslocado [ordenada  $2xM(1)\phi$ ]. No trecho de comprimento  $(a + e + b)$ , as barras 1 e 2, que contribui com a faixa 3, cobrem mais uma parte do diagrama [ordenada  $2xM(1)\phi + M(1)\phi$ ]. No trecho de comprimento  $c$ , as barras 1, 2 e 3 mais a barra 4, que contribui com a faixa 4, cobrem o restante do diagrama [ordenada  $2xM(1)\phi + M(1)\phi + M(1)\phi = 4xM(1)\phi = AB1$ ].

No arranjo B da Figura 8.26, duas situações devem ser consideradas.

O lado do arranjo B à esquerda da seção de momento máximo AB atua de modo idêntico ao do arranjo A situado no mesmo lado. As barras 1 e 2 são as mesmas do arranjo A e as barras 3 e 4 correspondem às suas respectivas faixas 3 e 4, como foi explicado acima. Nesse lado não há diferenças entre os arranjos A e B.

No lado do arranjo B à direita da seção de momento máximo AB, as barras 1 e 2, que chegam aos apoios, contribuem com as faixas 1 e 2 para cobrir parte do diagrama de  $M$  deslocado [ordenada  $2xM(1)\phi$ ]. No trecho de comprimento  $(a + parte de b)$ , as barras 1 e 2 mais a barra 4, que contribui com a faixa 3, cobrem mais uma parte do diagrama [ordenada  $2xM(1)\phi + M(1)\phi$ ]. No trecho

de comprimento (parte de  $c$ ), as barras 1, 2 e 4 mais a barra 3, que contribui com a faixa 4, cobrem o restante do diagrama [ordenada  $2xM(1)\phi + M(1)\phi + M(1)\phi = 4xM(1)\phi = AB1$ ]. No trecho de comprimento  $b$ , a barra 4 do arranjo B faz a função da barra 3 do arranjo A, porque qualquer das duas pode contribuir com a faixa 3 para cobrir o diagrama. No trecho de comprimento (parte de  $c$ ), a barra 3 do arranjo B faz a função da barra 4 do arranjo A, porque qualquer das duas barras pode contribuir com a faixa 4 para cobrir o diagrama.

No caso tomado como exemplo, a passagem do arranjo A para o arranjo B pode ser entendida como se, no arranjo A, a extremidade direita de comprimento  $b$  da barra 3 fosse suprimida e transferida para a barra 4 do mesmo arranjo, gerando então o arranjo B.

No arranjo A, as barras são de comprimentos diferentes. No arranjo B, quando o diagrama de  $M$  (solitante) deslocado for simétrico, as barras terão o mesmo comprimento.

A mesma técnica se aplica às barras da armadura negativa mostrada na Figura 8.25.

O importante é entender o seguinte.

Pode-se distribuir essas barras ao longo da viga em diferentes combinações de comprimentos e posições, desde que cada barra contribua com uma faixa que, depois de justaposta com as outras, forneça como resultado um diagrama de  $M$  (resistente) que cubra o diagrama de  $M$  (solitante) deslocado.

### 8.3.7 - Armadura de pele

Quando a altura da viga for  $h > 60$  cm, deve ser usada na região tracionada uma armadura de pele constituída por barras de aço CA-50, como mostra a Figura 8.27.

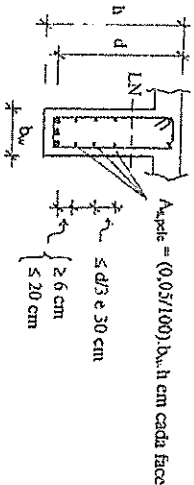


Figura 8.27 - Armadura de pele

### 8.3.8 - Cargas próximas dos apoios

Para cálculo da armadura transversal, se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas do elemento estrutural, comprimindo-o:

- a) a força cortante oriunda de carga distribuída poderá ser considerada no trecho entre o apoio e a seção situada à distância  $d/2$  da face do apoio, constante e igual à desta seção;
- b) a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância  $a \leq 2d$  do centro do apoio poderá, nesse trecho de comprimento  $a$ , ser reduzida multiplicando-a por  $a/(2d)$ .

Quando se considera a redução da força cortante no caso de carga concentrada próxima do apoio, as seguintes recomendações devem ser atendidas:

- a) nos apoios extremos, toda a armadura longitudinal tracionada necessária no trecho de comprimento  $a$  deve ser ancorada no apoio;
- b) nos apoios intermediários, a armadura longitudinal tracionada necessária deve prolongar-se até pelo menos  $a + b_{nec}$  na direção do vão ( $b_{nec}$  é o comprimento de ancoragem necessário - ver Capítulo 7).

**OBSERVAÇÕES:**

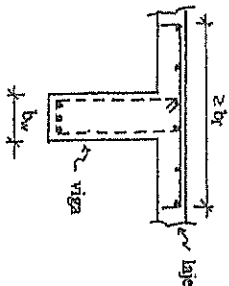
- Essas reduções são permitidas apenas no caso de apoio direto (quando a carga e a reação de apoio são aplicadas em faces opostas da peça, comprimindo-a);
- Essas reduções não são permitidas:
  - no caso de apoio indireto (quando o apoio se dá ao longo da altura da peça);
  - para verificação da resistência das diagonais comprimidas de concreto.

**8.3.9 - Armadura de suspensão**

Nas proximidades de cargas concentradas transmitidas a uma viga ou de elementos discretos que nela se apoiem ao longo ou em parte de sua altura, ou fiquem nela pendurados, deve ser colocada uma armadura adequada de suspensão. Ver o Capítulo 9: Carregamento Indireto e Apoio Indireto: Armadura de Suspensão.

**8.3.10 - Armadura transversal na mesa de vigas com seção T**

Na mesa de vigas com seção T deve haver armadura perpendicular à nervura, que se estenda por toda a sua largura útil com seção transversal de área no mínimo 1,5 cm<sup>2</sup> por metro linear de viga, como mostra a Figura 8.28.



Observação: A armadura negativa da laje poderá fazer parte dessa armadura, desde que cubra a largura b\_f da mesa da seção T.

Figura 8.28 - Armadura transversal na mesa de vigas com seção T

A armadura transversal das vigas com seção T ou caixa deverá ser prolongada dentro da mesa de modo a permitir a solidariedade da mesa com a nervura, como mostra a Figura 8.29.

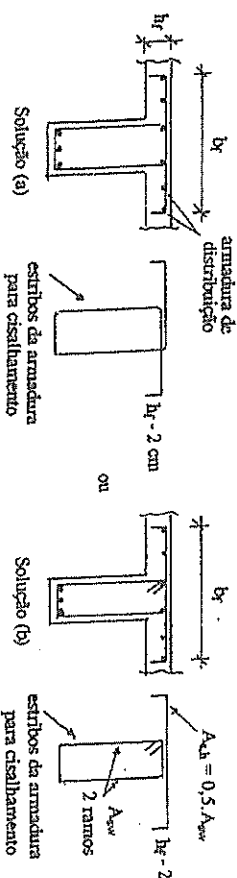


Figura 8.29 - Armadura transversal na mesa de vigas com seção T

**8.3.11 - Furos que atravessam vigas na direção de sua largura**

Quando forem previstos furos em vigas, a sua influência na resistência e na deformação deve ser verificada e algumas limitações devem ser respeitadas.

A seção remanescente na região do furo, tendo sido descontada a área ocupada por ele, deve ser capaz de resistir aos esforços previstos no cálculo, além de permitir uma boa concretagem.

Essa verificação pode ser dispensada desde que as condições indicadas na Figura 8.30 sejam obedecidas.

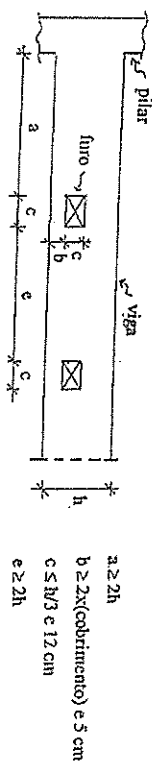


Figura 8.30 - Dimensões limites para furos em vigas com dispensa de verificação

**8.3.12 - Furos que atravessam vigas na direção de sua altura**

Furos em vigas, contidos no seu plano principal, como aqueles destinados a passagem de tubulação vertical nas edificações, devem satisfazer as condições indicadas na Figura 8.31.

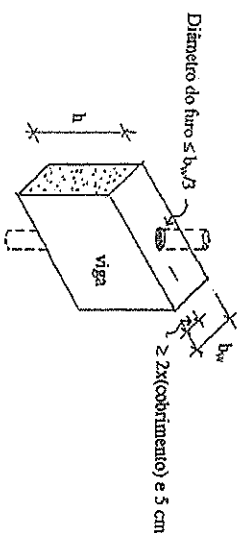


Figura 8.31 - Furo vertical em vigas

Deve ser verificada a redução da capacidade resistente à flexão e ao cisalhamento na região do furo.

A seção remanescente na região do furo, tendo sido descontada a área ocupada por ele, deve ser capaz de resistir aos esforços previstos no cálculo, além de permitir uma boa concretagem.

No caso de ser necessário um conjunto de furos, eles devem ser alinhados e a distância entre suas faces deve ser maior ou igual ao diâmetro do furo e a 5 cm e cada intervalo entre furos deve conter pelo menos um estribo

### 8.3.13 - Cobrimento das armaduras

Qualquer barra de armadura, inclusive de montagem e estribos, deve ter cobrimento de concreto pelo menos igual ao seu diâmetro, mas não menor que:

- para concreto revestido com argamassa de espessura mínima de 1 cm
  - em vigas no interior de edifícios 2,0 cm
  - em vigas ao ar livre 2,5 cm
- para concreto aparente:
- em vigas no interior de edifícios 2,5 cm
  - em vigas ao ar livre 3,0 cm
- para concreto em contato com o solo: 4,0 cm
- para concreto em meio fortemente agressivo 5,0 cm

### 8.4 - Verificação de vigas - estados limites de serviço

Para verificação dos estados limites de serviço em vigas, devem ser levados em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e o efeito da deformação lenta.

#### 8.4.1 - Estado limite de abertura de fissuras

Para verificação do estado limite de abertura de fissuras em vigas, devem ser seguidos os critérios apresentados no item 10.4 do Capítulo 10 da 1ª. parte deste trabalho.

#### 8.4.2 - Estado limite de deformação excessiva

Para verificação do estado limite de deformação excessiva em vigas, devem ser seguidos os critérios apresentados no item 10.5 do Capítulo 10 da 1ª. parte deste trabalho.

## 9 - CARREGAMENTO INDIRETO E APOIO INDIRETO - ARMADURA DE SUSPENSÃO

### 9.1 - Introdução

Nas estruturas de concreto, frequentemente as cargas e as reações de apoio são aplicadas por cima e por baixo das vigas, respectivamente. Estas são entendidas como vigas carregadas diretamente e apoiadas diretamente. Entretanto, ocorrem situações, como as mostradas na Figura 9.1, em que certas vigas são carregadas ou suportadas por outras vigas que as interceptam, de modo que a transferência de cargas de uma para outra se faz ao longo da altura e não por cima ou por baixo delas. Estas são denominadas vigas carregadas e vigas apoiadas indiretamente.

O carregamento direto comprime o plano médio e o carregamento indireto traciona o plano médio de uma viga. Analogamente, o apoio direto comprime o plano médio e o apoio indireto traciona o plano médio de uma viga.

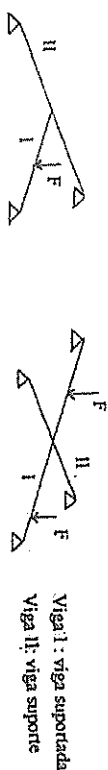


Figura 9.1 - Vigas carregadas indiretamente e apoiadas indiretamente

Considerando uma viga diretamente apoiada feita de material homogêneo, isotrópico e elástico sob uma carga concentrada, o panorama das trajetórias das tensões principais é como aquele mostrado na Figura 9.2-a. Considerando uma viga indiretamente apoiada feita do mesmo material e submetida à mesma carga, o panorama das trajetórias das tensões principais é como aquele mostrado na Figura 9.2-b. Neste último caso, o fluxo das tensões de compressão entra na viga suporte em toda sua altura e a reação de apoio A é introduzida na viga suportada por força cortante.

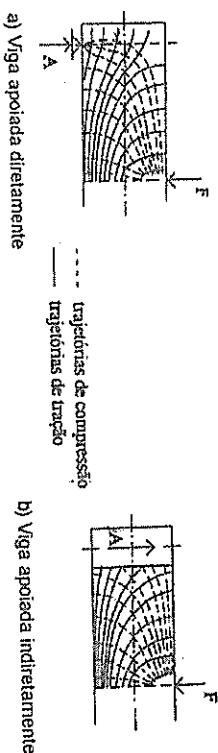


Figura 9.2 - Trajetórias das tensões principais no vão de cisalhamento das vigas

Os ensaios realizados com vigas de concreto armado mostraram que, após a fissuração do concreto, as fissuras produzidas pelas tensões principais de tração na viga suportada (viga I) acompanham as trajetórias das tensões principais de compressão. O panorama de fissuração é mostrado na Figura 9.3. As fissuras oblíquas na viga suportada (viga I) criam um campo paralelo de tensões de compressão, as quais devem ser resistidas pelas diagonais de concreto geradas pela fissuração, denominadas diagonais, que atuam como as diagonais de uma treliça. Os estribos que cruzam as fissuras agem como os pendurais dessa treliça.



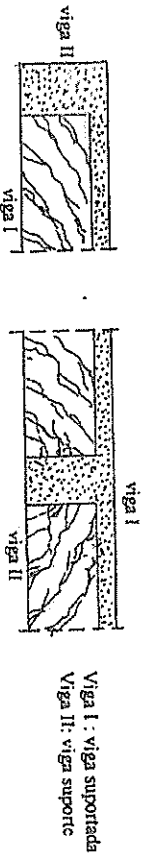


Figura 9.3 - Panoramas de fissuração de viga carregada indiretamente e de viga apoia indiretamente

As vigas de concreto armado transmitem sua carga ao apoio através das bielas de compressão. Nas vigas que se apoiam em vigas, a carga da viga suportada (Viga I) é transmitida ao banço inferior da viga suporte (Viga II) pela última biela. Nessa junção, a reação de apoio  $A_1$  deve ser transferida para o sistema de treliça da viga suporte (Viga II).

A analogia de treliça mostra que deve existir um tirante na ligação dessas vigas para suspender a reação de apoio múltipla  $A_1$  até o banço superior do sistema de treliça da viga suporte (Viga II), como mostra a Figura 9.4. Este tirante deve ser constituído por estribos que são conhecidos por *armadura de suspensão*.

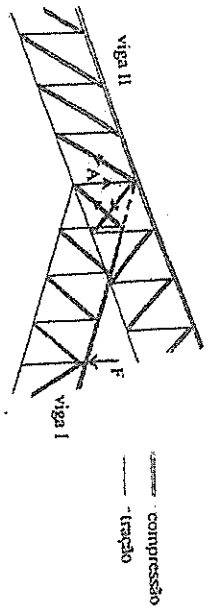


Figura 9.4 - Ligação entre viga suportada e viga suporte

Os ensaios realizados com vigas de concreto armado também mostraram que, após a fissuração do concreto, as tensões principais de tração na viga suporte (Viga II) criam um campo de tensões de compressão em forma de leque semelhante ao que é encontrado nas vigas carregadas diretamente. Essas tensões devem ser resistidas pelas bielas de concreto geradas pela fissuração, que atuam como as diagonais de uma treliça na viga suporte. Os estribos que cruzam as fissuras agem como os pendurais dessa treliça. O panorama de fissuração é mostrado na Figura 9.3. Ao aproximar-se a ruptura do conjunto, aparecem fissuras horizontais na alma da viga suporte (Viga II) indicando que os estribos de suspensão se comportam realmente como um tirante.

Os mecanismos resistentes que se formam em cada uma das vigas são mostrados na Figura 9.5 para vigas de mesma altura.

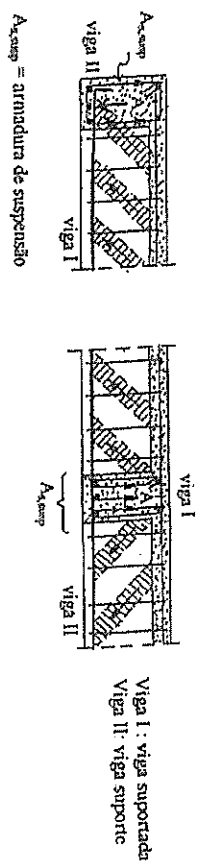


Figura 9.5 - Mecanismos resistentes na ligação entre viga suportada e viga suporte

## 9.2 - A face inferior da viga suportada coincide com a face inferior da viga suporte

A Figura 9.6 mostra as situações que podem ocorrer.

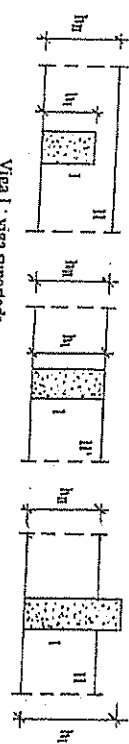


Figura 9.6 - Viga suportada e viga suporte com suas faces interiores coincidentes

A armadura de suspensão será constituída por estribos verticais e deverá ter área total de seção transversal  $A_{susp}$ , calculada para suspender a reação de apoio integral. Essa área será:

$$A_{susp} = A_d / f_{yd}$$

$$A = \text{reação de apoio da viga I em serviço}$$

$$A_d = \gamma_f A$$

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \leq 435 \text{ MPa}$$

$$\text{com } \gamma_s = 1,4$$

$$\text{com } \gamma_s = 1,15$$

A área  $A_{susp}$  represente a área da seção transversal de todos os estribos de suspensão. Esses estribos deverão ser dispostos na viga II, no volume comum às vigas I e II, envolvendo as barras longitudinais da viga II e subindo até seu banço superior como mostra a Figura 9.7.

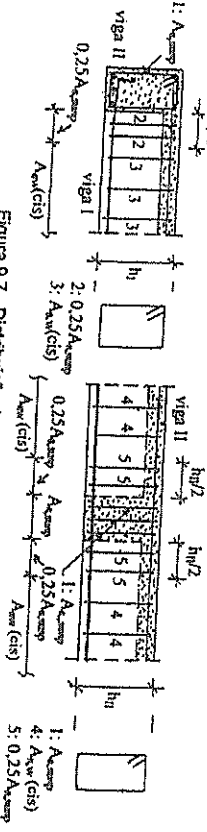


Figura 9.7 - Distribuição da armadura de suspensão

Uma armadura complementar, constituída por estribos verticais com área total (igual a  $0,25A_{susp}$ ), deverá ser colocada na viga II, em cada uma das regiões de comprimento  $h/2$  contado da face da viga I. Essa armadura não poderá ser inferior à armadura para cisalhamento da viga II. A contagem da face da viga II. Essa armadura não poderá ser inferior à armadura para cisalhamento da viga I. A distribuição dessa armadura complementar também está indicada na Figura 9.7.

As barras da armadura longitudinal da viga suportada devem estar sobre as barras da armadura longitudinal da viga suporte, como mostra a Figura 9.8.



Figura 9.8 - Detalhes das armaduras longitudinais da viga suportada e da viga suporte

**9.3 - A face inferior da viga suportada está acima da face inferior da viga suporte**

A Figura 9.9 mostra as situações que podem ocorrer.

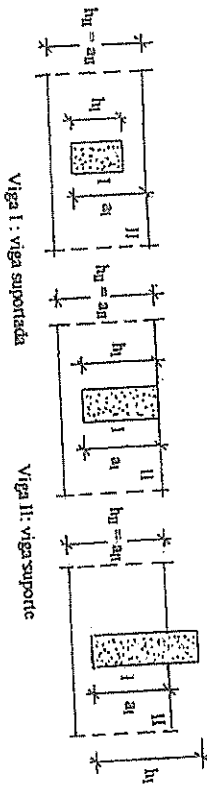


Figura 9.9 - Viga suportada com face inferior acima da face inferior da viga suporte

A armadura de suspensão será constituída por estribos verticais e deverá ter área total de seção transversal,  $A_{s,susp}$ , calculada para suspender a parcela  $(a_1/a_2) \cdot A_d$  da reação de apoio. Essa área será:

$$A_{s,susp} = [(a_1/a_2) \cdot A_d] / f_{yd}$$

- onde:
- $A$  = reação de apoio da viga I em serviço com  $\gamma_f = 1,4$
  - $A_d = \gamma_f \cdot A$
  - $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \leq 435$  MPa com  $\gamma_s = 1,15$
  - $a_1$  = distância da face inferior da viga suportada até a face superior da viga suporte
  - $a_2$  = altura da viga suporte

Quando  $a_1 = 0$ , a carga se aplica por cima, dispensando armadura de suspensão. Então,  $A_{s,susp} = 0$ . Quando  $a_1 = a_2$ , volta-se ao caso anterior.

A área  $A_{s,susp}$  representa a área da seção transversal de todos os ramos de estribos de suspensão. Esses estribos deverão ser dispostos na viga II, no volume comum às vigas I e II, envolvendo as barras longitudinais da viga II e subir até seu banzo superior como mostra a Figura 9.10.

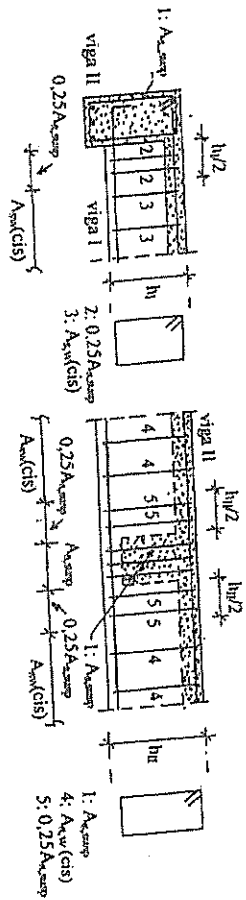


Figura 9.10 - Distribuição da armadura de suspensão

Uma armadura complementar, constituída por estribos verticais com área total igual a  $0,25 \cdot A_{s,susp}$ , deverá ser colocada na viga II, em cada uma das regiões de comprimento  $h_2/2$  contado da face da viga I. Essa armadura não poderá ser inferior à armadura para cisalhamento da mesma armadura complementar deverá ser colocada na viga I, na região de comprimento  $h_2/2$  contado da face da viga II. Essa armadura não poderá ser inferior à armadura para cisalhamento da viga I. A distribuição dessa armadura complementar também está indicada na Figura 9.10.

**4 - A face inferior da viga suportada está abaixo da face inferior da viga suporte**

A Figura 9.11 mostra esta situação em que a viga suportada está pendurada na viga suporte.



Figura 9.11 - Viga suportada com face inferior abaixo da face inferior da viga suporte

A armadura de suspensão será constituída por:

- a) estribos verticais tipo T1 com área total de seção transversal,  $A_{s,susp,1}$ , calculada para suspender a reação de apoio integral:

$$A_{s,susp,1} = A_d / f_{yd}$$

- onde:
- $A$  = reação de apoio da viga I em serviço com  $\gamma_f = 1,4$
  - $A_d = \gamma_f \cdot A$
  - $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \leq 435$  MPa com  $\gamma_s = 1,15$

- b) estribos verticais tipo T2 com área total de seção transversal,  $A_{s,susp,2}$ , calculada para suspender metade da reação de apoio:

$$A_{s,susp,2} = 0,5 \cdot A_{s,susp,1}$$

A área  $A_{s,susp,1}$  representa a área da seção transversal de todos os ramos de estribos de suspensão do tipo T1. Esses estribos deverão ser dispostos na viga I (viga suportada), no volume comum às vigas I e II, envolvendo as barras longitudinais da viga I, subir até o banzo superior da viga II (viga suporte) e ancorar nas barras longitudinais superiores da viga II com ganchos no plano ortogonal ao seu, como mostra a Figura 9.12.

A área  $A_{s,susp,2}$  representa a área da seção transversal de todos os ramos de estribos de suspensão do tipo T2. Essa armadura deverá ser disposta na viga II (viga suporte), em cada lado do inferior à armadura para cisalhamento da viga II. Essa armadura também está indicada na Figura 9.12.

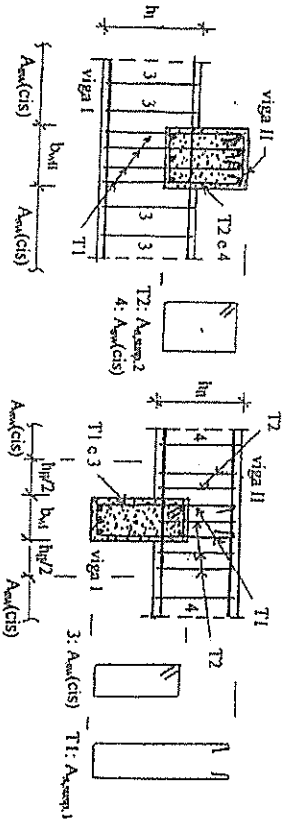


Figura 9.12 - Distribuição da armadura de suspensão

## 9.5 - Detalhes importantes

a) As barras da armadura longitudinal da viga suportada devem ser ancoradas na viga suporte com gancho. Quando a viga suporte for estriada, esses ganchos devem ser horizontais. Desta forma, a diagonal de concreto, que transfere a reação de apoio da viga suportada ao banzo inferior da viga suporte, cumpre o plano dos ganchos e melhora as condições de ancoragem nesse apoio com dimensão reduzida.

b) Quando a viga suportada e a viga suporte tiverem as faces inferiores coincidentes, as barras da armadura longitudinal da viga suportada devem estar sobre as barras da armadura longitudinal da viga suporte e estas devem ser envolvidas pelos estibos, como mostra a Figura 9.8.

c) A armadura complementar, que acompanha a armadura de suspensão e é colocada fora do volume comum da interseção das duas vigas, não precisa ser somada à armadura para cisalhamento, mas deve ser pelo menos igual a esta. Adota-se a maior delas.

d) As lajes transferem suas cargas para os apoios através de um arco abutante que se forma no seu interior, como mostra a Figura 9.13-a. Nas vigas invertidas, a laje se apoia na viga por baixo desta. Neste caso, a transferência de cargas da laje para a viga se faz através desse arco que se apoia no banzo inferior da viga. O apoio deve produzir-se por baixo deste arco. Por isso, as barras da armadura inferior da laje devem descansar sobre as barras da armadura longitudinal inferior da viga e estas devem ser envolvidas pelos estibos, como mostra a Figura 9.13-b. As barras da armadura da laje devem ser ancoradas na viga suporte com gancho.

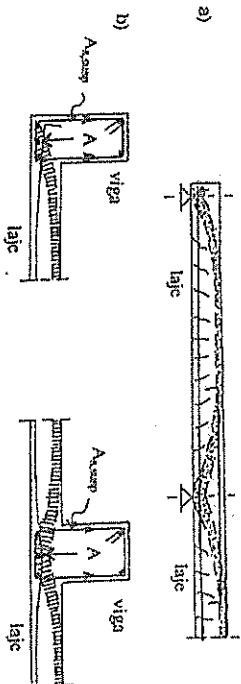


Figura 9.13 - Vigas invertidas

Esta situação também se caracteriza como apoio e carregamento indiretos. A reação de apoio da laje deve ser suspensa até o banzo superior da viga suporte. Os estibos da viga funcionam não só como armadura para cisalhamento mas também como armadura de suspensão. Por isso, esses estibos devem também ter área de seção transversal suficiente para suspender a reação de apoio da laje. Essas duas armaduras, de cisalhamento e suspensão, não precisam ser somadas. Adota-se a maior delas.

e) Vigas com altura igual à da laje, em lajes nervuradas, são carregadas indiretamente. Os ramos dos estibos dessas vigas devem ser dimensionados não só como armadura para cisalhamento, mas também como armadura de suspensão. As barras da armadura das nervuras devem estar sobre as barras da armadura longitudinal inferior da viga, como mostra a Figura 9.14.

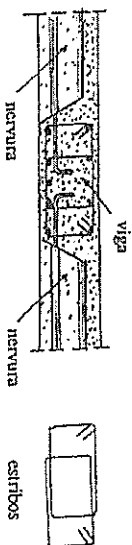


Figura 9.14 - Viga embutida em laje nervurada

## 10 - TORÇÃO EM CONCRETO ARMADO

### 10.1 - Introdução

As novas formas usadas na concepção de estruturas, o maior refinamento dos métodos de cálculo atuais e o desejo por soluções mais econômicas trouxeram como resultado estruturas mais esbeltas. Deste modo, a torção, que era tratada no passado como uma solicitação secundária, tornou-se uma solicitação importante.

A torção aparece nas vigas curvas, nas vigas balcão, nas vigas que recebem ações verticais cuja resultante não passa por seu eixo, nas vigas que sustentam marquises ou escadas de alguns tipos, nas escadas helicoidais, nos pilares de algumas edificações que recebem ações horizontais excêntricas, e outros casos.

A Figura 10.1 mostra alguns exemplos de estruturas onde a torção se manifesta.

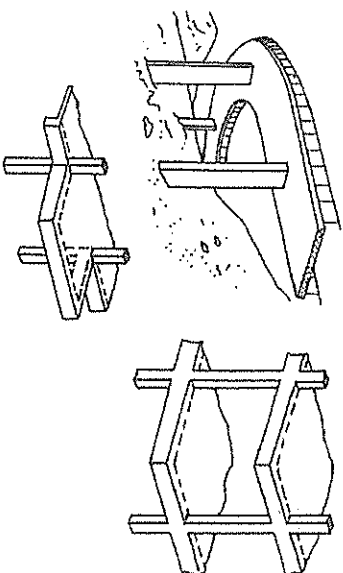


Figura 10.1 - Formas estruturais onde ocorre torção

### 10.2 - Conceitos fundamentais

As seções cheias e as seções vazadas fechadas resistem um momento de torção predominantemente na forma de torção de Saint-Venant. Neste caso, o empenamento da seção transversal é livre. Entretanto, nas regiões de apoio e de introdução de ações o empenamento é impedido, mas é apenas local e afeta pouco a capacidade resistente do elemento estrutural.

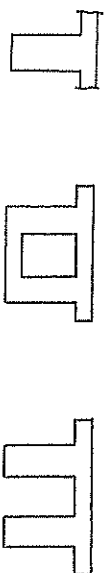


Figura 10.2 - Seções transversais usuais em vigas de concreto

As seções abertas com parede fina sofrem empenamento da seção transversal. Dependendo das condições de apoio, o momento de torção pode introduzir tanto tensões tangenciais quanto tensões normais à seção quando o empenamento é impedido. Trata-se da flexo-torção, ou torção de Vlasov, que não será abordada aqui.

Nas estruturas de concreto devem ser considerados dois tipos de sollicitação por torção, que devem ser tratados de formas diferentes com relação ao projeto:

- torção de equilíbrio, cuja presença é necessária no sistema estrutural para assegurar o equilíbrio;
- torção de compatibilidade, que se manifesta em partes do sistema estrutural para compatibilizar as deformações.

Quando a resistência à torção contribui para a resistência do sistema global, por redistribuição dos esforços internos, trata-se de um caso de torção de equilíbrio.

Quando o equilíbrio do sistema é possível, mesmo que a rigidez e a resistência à torção sejam desprezadas, trata-se de um caso de torção de compatibilidade.

Dessas considerações decorre que nas estruturas isostáticas somente a torção de equilíbrio pode existir, enquanto que nas estruturas hiperestáticas os dois casos são possíveis.

A Figura 10.3 ilustra alguns sistemas estruturais onde ocorrem os dois tipos de torção.

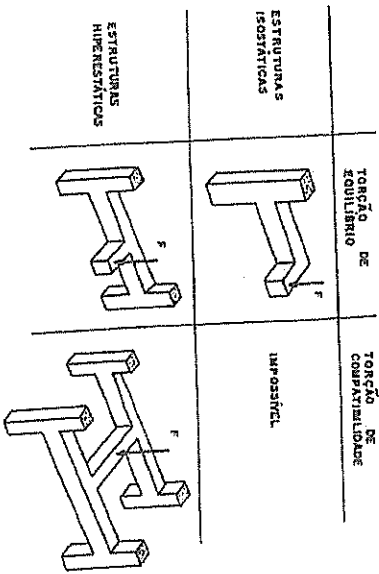


Figura 10.3 – Torção nos sistemas estruturais

### 10.3 – Torção uniforme em vigas de concreto armado com seção retangular

Em regime elástico, as tensões tangenciais  $\tau$  produzidas pela torção provocam tensões principais de tração  $\sigma_1$  e de compressão  $\sigma_2$  com  $\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau$ . As tensões principais em cada face atuam em direções ortogonais e são inclinadas de 45° com o eixo da peça descrevendo uma hélice, como mostra a Figura 10.4.

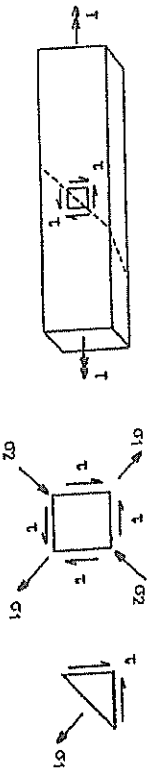


Figura 10.4 – Torção uniforme de barra reta em regime elástico (concreto não fissurado)

Quando a tensão principal  $\sigma_1$  atinge a resistência do concreto à tração, surgem fissuras inclinadas de 45° com o eixo da peça. Se esta não possuir armadura, logo se forme a primeira fissura, dá-se a ruptura de forma brusca, característica das peças de material frágil.

Para que um elemento estrutural de concreto possa suportar uma sollicitação maior do que aquela que provoca o aparecimento da primeira fissura, é preciso que ele seja reforçado com pela armadura e os esforços inclinados de tração oriundos da tensão  $\sigma_1$  são resistidos inclinados de concreto, denominados *diagonais*, separados pelas fissuras.

O arranjo mais eficiente para armadura das vigas de concreto submetidas à torção uniforme é aquele constituído por uma armadura helicoidal a 45° seguindo a trajetória das tensões principais de tração antes da fissuração do concreto, como mostra a Figura 10.5.

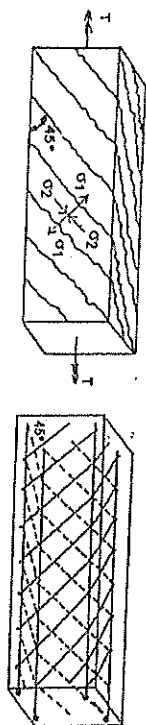


Figura 10.5 – Armadura para torção constituída por barras helicoidais

Na prática, entretanto, uma armadura desse tipo não é normalmente usada, pelos seguintes motivos:

1. Dificil execução para as vigas que possuem seção retangular;
2. Quando houver possibilidade de inversão de sentido do momento de torção, as diagonais de tração e de compressão ficam trocadas e duas armaduras helicoidais com trajetórias ortogonais devem ser colocadas para atender as duas situações, o que dificulta mais ainda a execução.

Por essas razões, emprega-se uma armadura para torção constituída por barras longitudinais e estribos fechados que resistem, respectivamente, as componentes longitudinal e transversal dos esforços de tração inclinados, como mostra a Figura 10.6.

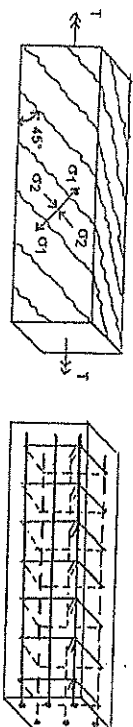


Figura 10.6 – Armadura para torção constituída por barras longitudinais e estribos

### 10.4 – Analogia de treliça para torção

Ensaio realizados com vigas de concreto armado submetidas à torção mostraram que, após o aparecimento das fissuras inclinadas:

- a armadura para torção começa realmente a funcionar e está submetida à tração;
- diagonais de concreto, chamadas *diagonais*, se formam entre as fissuras e estão submetidas à compressão;
- apenas a camada de concreto externa à seção e que envolve a armadura colabora na resistência à torção, pois vigas idênticas com seção cheia e com seção vazada, apresentam a mesma resistência final à torção.

Esses resultados mostram que o núcleo da seção não participa da resistência da peça. Por isso, a seção cheia pode ser tratada como seção vazada equivalente sob a mesma sollicitação.

A analogia de treliça concebida para o cisalhamento foi então estendida para a torção. Essa analogia admite que as peças de concreto armado submetidas à torção, depois que o concreto fissura, comportam-se como uma treliça tridimensional, como mostra a Figura 10.7. Em cada parede do elemento estrutural forma-se uma treliça semelhante àquela encontrada no caso do cisalhamento:

- os diagonais comprimidos representam as hélices de concreto separadas pelas fissuras;
- as diagonais traçadas ou os montantes representam as barras em hélice ou os estribos a 90° com o eixo da peça, respectivamente.

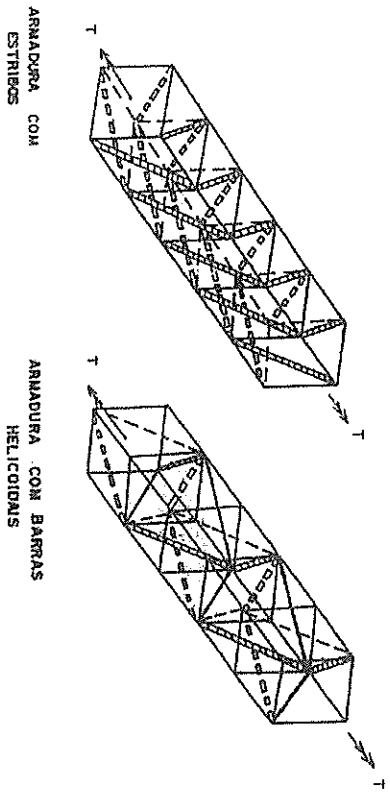


Figura 10.7 – Analogia de treliça para a torção

### 10.5 – Dimensionamento de vigas para a torção uniforme

O dimensionamento à torção admite um modelo resistente constituído por uma treliça espacial definida a partir de um elemento estrutural de seção vazada equivalente ao elemento estrutural a ser dimensionado.

As diagonais comprimidas dessa treliça, formadas por elementos de concreto, possuem ângulo de inclinação  $\theta$  que pode ser adotado no intervalo  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .

A orientação aqui apresentada refere-se ao ângulo  $\theta = 45^\circ$ .

Os esforços de tração que surgem na alma dos elementos estruturais devem ser absorvidos integralmente pela armadura, não se atribuindo ao concreto a absorção de qualquer parte desses esforços.

A tensão de cálculo das armaduras é a resistência de escoamento de cálculo do aço,  $f_{yd}$ , respeitado o limite de 435 MPa.

#### 10.5.1 – Condições de resistência na torção simples

No dimensionamento dos elementos de concreto armado à torção, admite-se que os seus esforços internos sejam aqueles decorrentes do valor de cálculo das ações que os levam ao estado limite último. Assim, o valor de cálculo do momento de torção solitante,  $T_{sd}$ , em qualquer seção deve ser menor ou igual ao valor de cálculo do momento de torção resistente,  $T_{rd}$ .

Admite-se que a resistência de um elemento estrutural, numa dada seção, é assegurada quando são respeitadas simultaneamente as seguintes condições:

onde:

$$T_{sd} \leq T_{rd2}$$

$$T_{sd} \leq T_{rd3}$$

$$T_{sd} \leq T_{rd4}$$

$T_{sd}$  = momento de torção solitante de cálculo  
 $T_{rd2}$  = momento de torção resistente de cálculo correspondente à ruína por compressão das diagonais de concreto  
 $T_{rd3}$  = momento de torção resistente de cálculo correspondente à ruína por tração causada pelo escoamento dos estribos normais ao eixo do elemento  
 $T_{rd4}$  = momento de torção resistente de cálculo correspondente à ruína por tração causada pelo escoamento das barras longitudinais do elemento.

No dimensionamento, faz-se  $T_{rd3} = T_{rd4}$ , aqui representados por  $T_{rd}$ .  
 O momento de torção solitante de cálculo vale:  
 $T_{sd} = \gamma_l T$   
 onde:  
 $T_{sd}$  = valor de cálculo do momento de torção no estado limite último  
 $T$  = valor do momento de torção em serviço  
 $\gamma_l$  = coeficiente de majoração das ações e sollicitações = 1,4.

No dimensionamento faz-se  $T_{rd} = T_{sd}$  e daí resultam as armaduras para torção.

#### 10.5.2 – Geometria da seção resistente

##### 10.5.2.1 – Seção retangular cheia

A seção vazada equivalente se define a partir da seção cheia com parede de espessura equivalente  $h_e$  dada por:

$$h_e \leq A / u$$

$$h_e \geq 2 \cdot c_1$$

onde:  
 $A$  = área da seção cheia =  $b_w \cdot h$   
 $u$  = perímetro da seção cheia =  $2 \cdot (b_w + h)$   
 $c_1$  = distância entre o eixo da barra longitudinal do canto e a face lateral do elemento.

##### 10.5.2.2 – Seção retangular vazada

Deve ser considerada a menor espessura de parede entre:  
 - a espessura real da parede;  
 - a espessura equivalente  $h_e$  calculada supondo a seção cheia com o mesmo contorno externo da seção vazada.

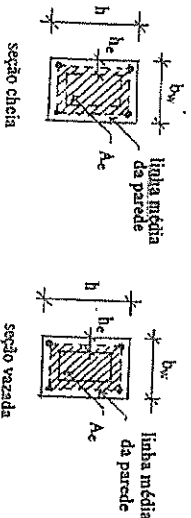


Figura 10.8 – Geometria da seção retangular cheia e vazada

### 10.5.3 – Armaduras para torção

#### 10.5.3.1 – Armaduras calculadas para torção

No caso usual de armadura constituída por barras longitudinais e estribos normais ao eixo do elemento, definem-se como taxas de armadura para torção as relações:

$$\rho_{90} = A_{s90} / (h_e \cdot s) \quad \text{para estribos}$$
$$\rho_{90l} = A_{s90l} / (h_e \cdot u_e) \quad \text{para barras longitudinais}$$

onde:

$A_{s90}$  = área da seção transversal de um estribo  
 $A_{s90l}$  = área da seção transversal de todas as barras longitudinais na seção  
 $h_e$  = espessura real ou equivalente da parede da seção resistente  
 $s$  = espaçamento dos estribos  
 $u_e$  = perímetro da linha média de parede com espessura  $h_e$ .

Devem ser consideradas efetivas apenas as armaduras contidas no volume definido pela parede de espessura equivalente  $h_e$ .

a) Estribos normais ao eixo do elemento estrutural:

$$A_{s90} / s = T_{sd} / (2 \cdot A_{90} \cdot \sigma_{s90})$$

onde:

$A_{90}$  = área da seção transversal de um ramo dos estribos  
 $A_{90}$  = área limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente, incluindo a parte vazada  $A_{90} = (b_w - h_e) \cdot (h - h_e)$   
 $\sigma_{s90}$  = valor de cálculo da tensão nos estribos.

b) Barras longitudinais:

$$A_{s90l} / u_e = T_{sd} / (2 \cdot A_{90} \cdot \sigma_{s90l})$$

onde:

$A_{s90l}$  = área da seção transversal de todas as barras longitudinais  
 $A_e$  = área limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente, incluindo a parte vazada  $A_e = (b_w - h_e) \cdot (h - h_e)$   
 $u_e$  = perímetro da área  $A_e$   $u_e = 2 \cdot [(b_w - h_e) + (h - h_e)]$   
 $\sigma_{s90l}$  = valor de cálculo da tensão nas barras longitudinais

c) Tensão de cálculo nas armaduras:

CA-25	$\sigma_{s90} = 217 \text{ MPa}$	$\sigma_{s90l} = 217 \text{ MPa}$
CA-50 e CA-60	$\sigma_{s90} = 435 \text{ MPa}$	$\sigma_{s90l} = 435 \text{ MPa}$

#### 10.5.3.2 - Armadura transversal mínima

As armaduras para torção deverão ter área de seção transversal que satisfaçam as condições:

$$\rho_{90} \geq \rho_{min}$$

$$\rho_{90l} \geq \rho_{min}$$

onde:

$$\rho_{min} = 0,2 \cdot f_{cm} / f_{yk}$$

com:

$$f_{cm} = \text{resistência média do concreto à tração} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)}$$

$$f_{yk} = \text{valor característico do limite de escoamento do aço da armadura (MPa)}$$

Como simplificação, a expressão acima para  $\rho_{min}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  e da categoria do aço da armadura com a unidade MPa:

$\rho_{min} = 0,00024 \cdot f_{ck}^{2/3}$	para CA-25
$\rho_{min} = 0,00012 \cdot f_{ck}^{2/3}$	para CA-50 e CA-60

#### 10.5.4 - Verificação do concreto

Para afastar o perigo de ruína busca das diagonais comprimidas de concreto, a seguinte condição deverá ser satisfeita:

$$T_{sd} \leq T_{Rd2}$$

onde

$$T_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{90} \cdot f_{ctd} \cdot A_{e90} \cdot h_e$$

com

$\alpha_{90} = (1 - f_{ck}/250)$  com  $f_{ck}$  em MPa  
 $A_{e90}$  = área limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente, incluindo a parte vazada  
 $h_e$  = espessura da parede da seção vazada, real ou equivalente, no ponto considerado.

Como simplificação, a expressão acima para  $T_{Rd2}$  pode ser colocada em função de  $f_{ck}$  com as unidades KN, MPa e cm e  $\gamma_c = 1,4$ :

$$T_{Rd2} = 0,0357 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{ck} \cdot A_{e90} \cdot h_e \quad (\text{KN cm})$$

#### 10.5.5 – Exigências para as armaduras de torção

1. A armadura longitudinal de torção, de área total  $A_{s90l}$ , pode ser concentrada nos cantos ou distribuída no perímetro da seção. A segunda solução é mais eficiente no controle da fissuração. Neste caso, deve ser mantida constante a relação  $\Delta A_{s90l} / \Delta u_e$ , onde  $\Delta u_e$  é o trecho do perímetro  $u_e$  da linha média da parede da seção efetiva correspondente a cada barra ou feixe de área  $\Delta A_{s90l}$ .
2. O espaçamento máximo entre barras longitudinais é 35 cm.
3. Em cada vértice dos estribos de torção deve ser colocada pelo menos uma barra com diâmetro não inferior a 10 mm.
4. Os estribos para torção devem ser fechados e envolver as barras longitudinais. As suas extremidades devem ser adequadamente ancoradas através de ganchos em ângulo de 45°.
5. O diâmetro dos estribos deve respeitar as condições:  $5 \text{ mm} \leq \phi \leq b_w / 10$ .
6. O espaçamento longitudinal  $s$  entre estribos deve respeitar as condições:  
- se  $V_{sd, \max} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$   $s \leq 0,6 \cdot d$  e 30 cm  
- se  $V_{sd, \max} > 0,67 \cdot V_{Rd2}$   $s \leq 0,3 \cdot d$  e 20 cm

#### 10.6 – Dimensionamento de vigas para torção, flexão e cisalhamento

Nos elementos estruturais submetidos a torção e flexão combinadas, as verificações podem ser feitas separadamente para a torção, a flexão e o cisalhamento.

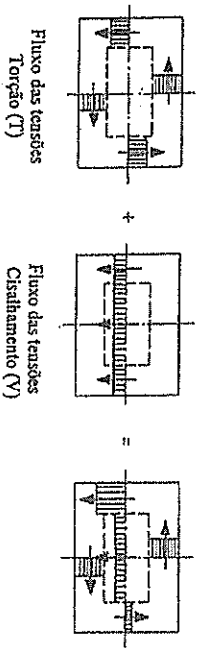


Figura 10.9 – Soma dos efeitos da torção (T) e do cisalhamento (V)

#### 10.6.1 – Armadura longitudinal

Na região tracionada pela flexão, a armadura para torção deve ser somada à armadura necessária para flexão, considerando-se em cada seção os esforços que agem concomitantemente.

Na região comprimida pela flexão, a armadura para torção pode ser reduzida em função dos esforços de compressão que atuam na espessura efetiva  $h_e$  e no trecho de comprimento  $\Delta h_e$  correspondente à barra ou ao feixe de barras consideradas.

#### 10.6.2 – Armadura transversal

Os estribos podem ser calculados pela soma das armaduras calculadas separadamente para  $V_{sd}$  (cisalhamento) e para  $T_{sd}$  (torção).

No caso usual de estribos de dois ramos, a área da seção de apenas um ramo dos estribos para cisalhamento ( $0,5 A_{sw} / s$ ) deve ser somada com a área da seção de um estribo para torção ( $A_{sw} / s$ ), adotando-se espaçamento  $s$  único para os estribos.

No caso de estribos com mais de dois ramos, apenas as áreas dos ramos de estribos para cisalhamento internos à parede de espessura  $h_e$  devem ser somadas com a área de um estribo para torção ( $A_{sw} / s$ ), adotando-se espaçamento  $s$  único para os estribos.

#### 10.6.3 – Verificação do concreto

A resistência a compressão diagonal do concreto é respeitada quando for satisfeita a condição:

$$(V_{sd} / V_{rd2}) + (T_{sd} / T_{rd2}) \leq 1$$

onde  $V_{sd}$  (cisalhamento) e  $T_{sd}$  (torção) são as solicitações de cálculo que agem concomitantemente na seção.

#### 10.6.4 – Exigências para as armaduras

Devem ser respeitadas as mesmas exigências para as solicitações de flexão, torção e cisalhamento quando tratadas separadamente.

## 11 - LAJES NERVURADAS

### 11.1 - Introdução

Nos edifícios de vários pavimentos, as lajes respondem por elevada parcela do consumo de concreto. No caso de lajes maciças essa parcela chega usualmente a quase dois terços do volume total da estrutura.

Por outro lado, as lajes que cobrem grandes vãos necessariamente devem ter grande espessura, uma vez que elas devem ser dotadas de rigidez suficiente para que a deformação sofrida na presença das cargas que agem sobre elas não ultrapasse os limites tolerados pela prática permitidos pelas normas.

Por essas razões e pela baixa eficiência apresentada pelas lajes maciças é interessante, em muitos casos, a opção por outras soluções diferentes daquela representada pela laje maciça. Entre as outras soluções estão a *laje nervurada*, a *grelha* e a *laje dupla*.

#### 11.1.1 - Laje nervurada

A laje nervurada é constituída no seu lado comprimido por uma placa de concreto denominada *mesa*, solidada a vigas de concreto, denominadas *nervuras*, situadas no seu lado tracionado, como mostra a Figura 11.1. As barras de armadura são alojadas nas nervuras, em seu lado qual podem ser colocados materiais inertes de modo a tornar plana a superfície inferior. As nervuras podem ser dispostas em uma só direção ou em direções que se cruzam formando um reticulado.

Laje nervurada

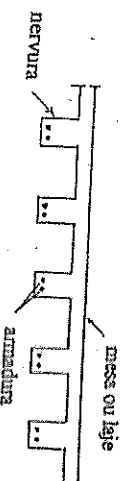
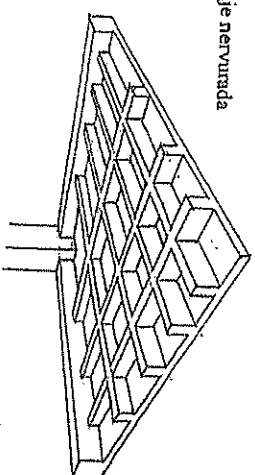


Figura 11.1 – Laje nervurada

As lajes nervuradas representam uma evolução das lajes maciças. Resultam da eliminação da maior parte do concreto da região tracionada da laje, permitindo aliviar o peso próprio e aumentar economicamente a espessura pela criação de vãos distribuídos regularmente sobre o seu plano. Forma-se assim um sistema estrutural bastante eficiente, constituído por um conjunto de nervuras dispostas em uma ou mais direções com espaçamento regular entre elas.

Enquanto a distância entre as nervuras puder ser considerada pequena, a laje assim constituída é tratada como *laje nervurada*. Quando a situação assim descrita não puder mais ser aceita, trata-se então de uma *grelha*.

### 11.1.2 - Grelha

A *grelha* é constituída por vigas que se cruzam em mais de uma direção no mesmo plano, geralmente ortogonais, apoiando placas de concreto que funcionam como lajes maciças comuns, como mostra a Figura 11.2.

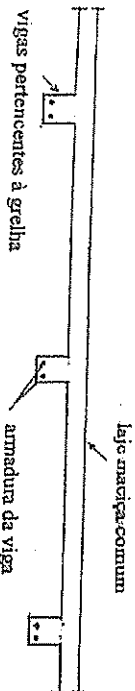
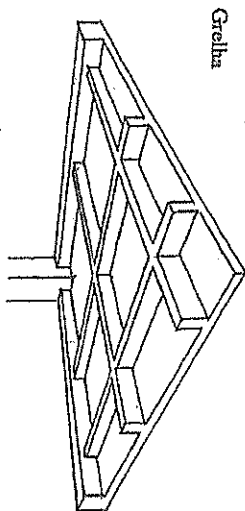


Figura 11.2 - Grelha

### 11.1.3 - Laje dupla

A laje dupla é um sistema estrutural constituído por uma laje nervurada cujas nervuras unem a mesa superior a uma outra laje inferior, como mostra a Figura 11.3.

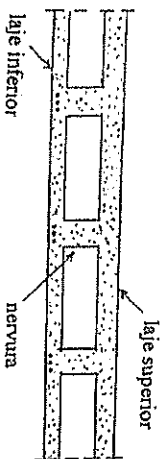


Figura 11.3 - Laje dupla

No caso de existirem somente momentos positivos, a mesa superior é comprimida e a laje inferior apoiada nas nervuras é dimensionada para resistir apenas o seu peso próprio. No caso de existirem também momentos negativos, sob a ação destes, o sistema tem seu funcionamento invertido e a laje inferior comporta-se como mesa comprimida de uma laje nervurada invertida.

A laje dupla também é conhecida como *laje em caixaço perdido*. Este nome está ligado ao fato de, no passado, se usarem caixas de madeira como forma para criação dos vazios no interior da laje. As caixas eram apoiadas sobre a laje inferior com o lado aberto voltado para baixo e, após a execução das nervuras e da laje superior, não podiam mais ser retiradas ficando então perdidas.

## 11.2 - Lajes nervuradas

### 11.2.1 - Definições e prescrições regulamentares

Lajes nervuradas são aquelas cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais podem ser postos materiais inertes de modo a tornar plana a superfície externa.

As nervuras podem ser dispostas em uma só direção ou em duas direções.

As nervuras podem ser moldadas no local ou ser pré-moldadas.

As lajes com nervuras moldadas no local devem atender as exigências da NBR 6118.

As lajes com nervuras pré-moldadas devem atender adicionalmente as prescrições das normas NBR 14859-1 e NBR 14859-2.

A NBR 6118 admite que todas as exigências relativas às lajes maciças podem ser consideradas válidas, desde que sejam obedecidas as seguintes condições:

- A distância entre os eixos das nervuras não deve ultrapassar 110 cm;
- A espessura da mesa deve ser maior ou igual a 1/15 da distância livre entre nervuras e não menor que 4 cm;
- A espessura das nervuras não deve ser menor que 5 cm;
- O apoio das lajes deve ser feito ao longo de uma nervura;
- Nas nervuras com espessura inferior a 8 cm não é permitido o uso de armadura de compressão.

f) Nas lajes com nervuras em uma direção são necessárias nervuras transversais sempre que haja cargas concentradas a distribuir ou quando o vão teórico for superior a 4 m, exigindo-se duas nervuras no mínimo se esse vão ultrapassar 6 m.

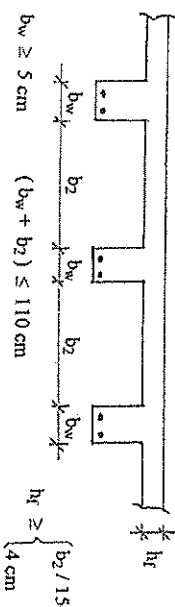


Figura 11.4 - Exigências para as lajes nervuradas

### 11.2.2 - Esforços sollicitantes

#### a) Lajes nervuradas em uma direção

Nas lajes nervuradas em uma só direção os esforços sollicitantes são calculados como nas lajes maciças armadas em uma direção considerando-se uma nervura como viga de seção T.

A carga linearmente distribuída por nervura é obtida multiplicando-se a carga total na laje por unidade de área pela distância entre eixos de nervuras. Com essa carga são calculados os esforços sollicitantes em uma nervura (momentos flettores positivos e negativos) e as reações de apoio considerando nas extremidades da nervura os mesmos vínculos existentes nas bordas da laje.

A carga transmitida pela laje por unidade de comprimento de apoio é a reação de apoio determinada por nervura dividida pela distância entre eixos das nervuras.



## b) Lajes nervuradas em duas direções

As lajes retangulares nervuradas em duas direções, com espaçamento entre nervuras não muito grande em cada direção, funcionam de modo que se aproxima bastante ao modo de funcionamento das lajes maciças armadas em duas direções com a mesma altura total, como a prática tem demonstrado. Por isso, nas lajes nervuradas em duas direções, que atendam a NBR-6118, os esforços solicitantes são calculados como nas lajes maciças armadas em duas direções considerando-se uma nervura de cada direção como viga de seção T.

Quando a distância entre os eixos das nervuras em cada direção não ultrapassa 110 cm, as lajes nervuradas podem ser calculadas como se fossem lajes maciças armadas em duas direções com a mesma altura da nervura. Para cálculo dos momentos fletores e reações de apoio, as tabelas de *Ozemy*, as de *Bares* e as de *Kalmanóv* podem ser usadas também neste caso.

Os esforços solicitantes (momentos fletores) e as reações de apoio são calculados em primeira mão como nas lajes maciças armadas em duas direções. Os valores assim obtidos correspondem à largura unitária de laje em cada direção.

Os esforços solicitantes e reações de apoio por nervura são obtidos multiplicando-se esses valores pela distância entre os eixos das nervuras em cada direção.

A carga transmitida pela laje por unidade de comprimento de apoio, em cada direção, é a reação de apoio determinada anteriormente para a largura unitária de laje.

Quando a distância entre os eixos das nervuras não ultrapassa 110 cm em apenas uma das direções, a laje nervurada deverá ser calculada como se fosse maciça armada em uma única direção: aquela cuja distância entre os eixos das nervuras é menor que 110 cm.

Quando os afastamentos entre os eixos das nervuras nas duas direções ultrapassarem o limite de 110 cm, a estrutura não poderá ser calculada como laje nervurada, devendo a mesa ser considerada como laje maciça apoiada em grelha ou conjunto de vigas isoladas.

Observações sobre o cálculo dos esforços solicitantes das lajes nervuradas:

1. As lajes nervuradas de pequenas dimensões em planta, apoiadas em vigas suficientemente rígidas e submetidas a cargas uniformemente distribuídas podem ser consideradas em regime elástico a partir de tabelas, como as já citadas, disponíveis na literatura técnica.

2. As lajes nervuradas de grandes dimensões em planta e as que são submetidas a significativas cargas concentradas ou distribuídas em linha devem ter seus esforços solicitantes determinados por processos que considerem de modo adequado as posições das cargas aplicadas a localizações e a rigidez das diferentes nervuras, bem como as verdadeiras condições de apoio das lajes, levando em conta as posições dos pilares e a deformabilidade das vigas de apoio. Para esse cálculo existem programas computacionais que permitem o cálculo de estruturas de grande porte, como os programas SAP, Cype-CAD, TQS, entre outros.

### 11.2.3 – Dimensionamento ou verificação à flexão

O dimensionamento ou a verificação da segurança na flexão do sistema deve considerar uma seção T em que a região resistente à compressão é constituída pelas partes comprimidas da mesa e da nervura.

Atenção especial deve ser dada às lajes nervuradas contínuas. Neste caso, nos apoios intermediários a seção resistente é constituída apenas pelas nervuras da laje, as quais aí funcionam como vigas de seção retangular, pois a mesa está na região tracionada.

A resistência da mesa à flexão local deverá ser demonstrada sempre que a distância entre os eixos das nervuras superar 65 cm ou houver carga concentrada no painel entre nervuras admitindo-se que para a flexão local os painéis da mesa possam ser considerados como lajes contínuas armadas perpendicularmente à direção das nervuras, o momento fletor máximo em serviço atuante na seção de apoio do painel pode ser estimado em:

$$M = p \cdot (b_2)^2 / 12$$

para carga uniformemente distribuída p por unidade de área

$$M = P \cdot (b_2) / 8$$

para carga concentrada P

A armadura calculada para esse momento deve ser colocada à meia espessura da mesa para resistir tanto a momentos nos apoios quanto a momento no meio do vão.

Mesmo que não seja necessário demonstrar a sua resistência à flexão, a mesa deverá receber uma armadura de distribuição formada por malha que, por metro de largura de laje, deverá ter seção transversal de área igual ou superior a 1/5 da área da armadura principal, com um mínimo de 0,9 cm<sup>2</sup>/m, e espaçamento entre barras não superior a 33 cm. Neste caso, a armadura indicada deverá ser disposta junto à superfície inferior da mesa ou sobre os elementos inertes intercalados com as nervuras, conforme a situação.

### 11.2.4 – Dimensionamento ou verificação ao cisalhamento

Quando a distância entre os eixos das nervuras não ultrapassa 65 cm, a verificação das nervuras ao cisalhamento é feita conforme os critérios que se aplicam às lajes maciças. Neste caso, poderá ou não ser dispensada uma armadura para cisalhamento.

Quando a distância entre os eixos das nervuras é maior que 65 cm, mas não ultrapassa 110 cm, a verificação das nervuras ao cisalhamento é feita conforme os critérios que se aplicam às vigas. Neste caso, pelo menos a armadura mínima para cisalhamento deverá estar presente.

Para verificar as nervuras ao cisalhamento, considera-se no cálculo a força cortante  $V_{sd}$  por nervura, ou seja, a força cortante  $V_{sd}$  por unidade de largura de laje multiplicada pela distância entre os eixos das nervuras.

Quando a distância entre os eixos das nervuras é maior que 110 cm, a verificação das nervuras ao cisalhamento é feita conforme os critérios que se aplicam às vigas pois o sistema não poderá ser calculado como laje nervurada, devendo ser considerado como uma grelha ou um conjunto de vigas isoladas que sustentam lajes maciças.

### 11.2.5 – Outras considerações sobre as lajes nervuradas

Nas lajes nervuradas, as nervuras podem ficar aparentes no tecto do andar inferior, como mostra a Figura 11.5, ou ficar escondidas por um forro falso preso por baixo, dependendo do efeito arquitetónico ou do acabamento desejado.

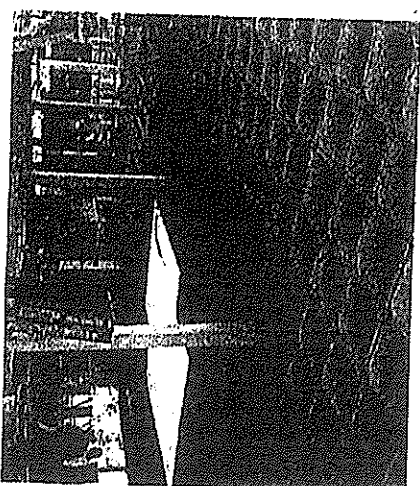


Figura 11.5 – Laje nervurada em duas direções com nervuras aparentes

No espaço entre as nervuras podem ser colocados elementos pré-fabricados de materiais inertes (tijolos, lajotas, blocos sílico-calcários, blocos de isopor, etc.) de modo a tornar lisa a superfície interior da laje. Esses elementos intermediários, quando usados, não participam da resistência aos esforços solicitantes, mas permitem melhor isolamento térmico e acústico no ambiente situado abaixo da laje. A Figura 11.6 mostra, na etapa de construção, uma laje nervurada em que os elementos intermediários são constituídos por blocos por EPS (isopor).

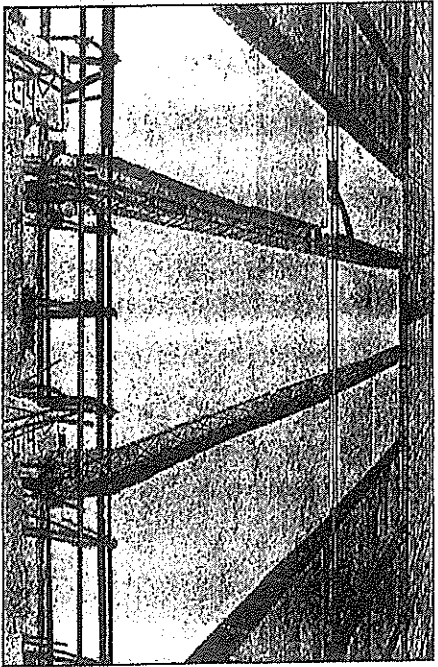


Figura 11.6 – Laje nervurada em uma direção com enchimento de blocos de EPS (isopor)

As lajes nervuradas podem ter as nervuras moldadas no local junto com a mesa ou ter as nervuras pré-fabricadas e apenas a mesa moldada sobre elas no local. Esta última solução oferece maior rapidez de execução e economia de fôrmas e escoramento.

No caso da laje com nervuras moldadas no local junto com a mesa, pode-se ter a fôrma fabricada com peças de madeira ou seus compostos para o caso específico, ou pode-se fazer uso de fôrmas prontas feitas de polipropileno com as dimensões que sejam mais adequadas à situação. A Figura 11.7 mostra a execução de laje nervurada em duas direções com emprego de fôrmas prontas.

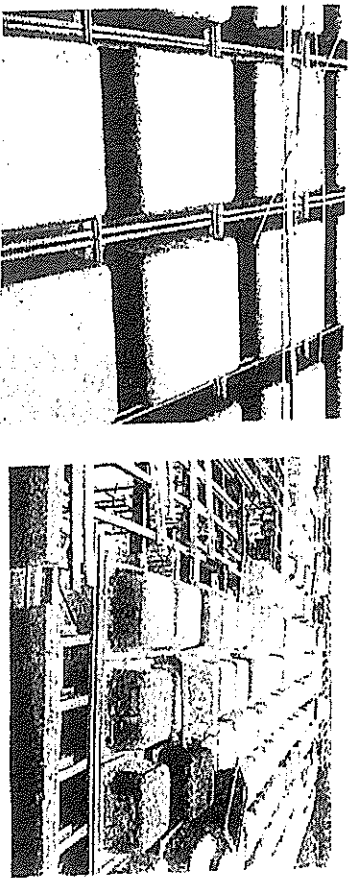


Figura 11.7 – Laje nervurada em duas direções executada com fôrmas prontas

As nervuras pré-fabricadas podem ser feitas de concreto armado ou de concreto protendido. Constituem-se basicamente de uma vigota de concreto com seção T invertida tendo a armadura principal na parte inferior já incluída durante o processo de fabricação, conforme as especificações da obra a que se destinam. A Figura 11.8 mostra essas vigotas nos detalhes 1) e 2).

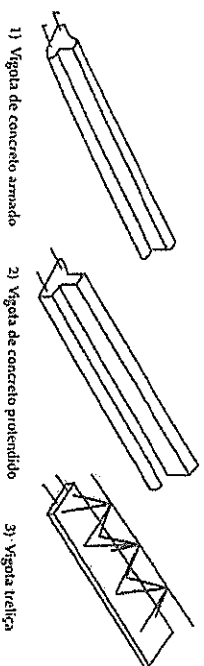


Figura 11.8 – Vigotas de concreto pré-fabricadas

Essas vigotas são intercaladas com lajetas de cerâmica ou de concreto leve ou com blocos de EPS (poliestireno expandido = isopor) que atuam como enchimento. A altura das vigotas é constante e o uso de elementos de enchimento com alturas diferentes permite atender as necessidades de lajes com diferentes espessuras.

Uma outra categoria de laje nervurada é a laje treliçada, cujas nervuras têm como armadura uma treliça constituída pelas barras inferiores pertencentes à armadura longitudinal principal unidas por diagonais à barra superior da armadura de montagem. A Figura 11.9 mostra um exemplo típico de armação em treliça.

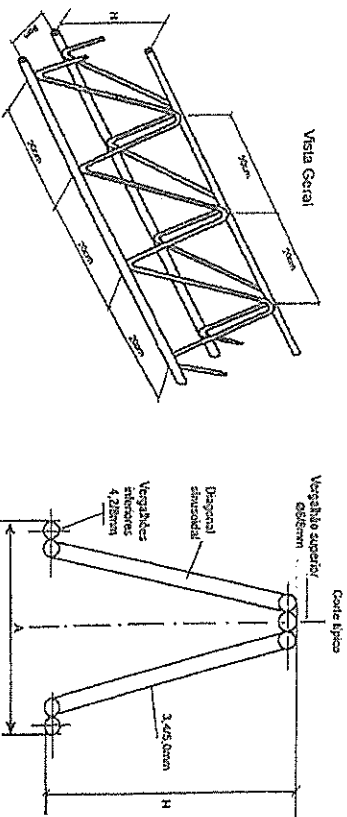


Figura 11.9 – Armadura treliçada

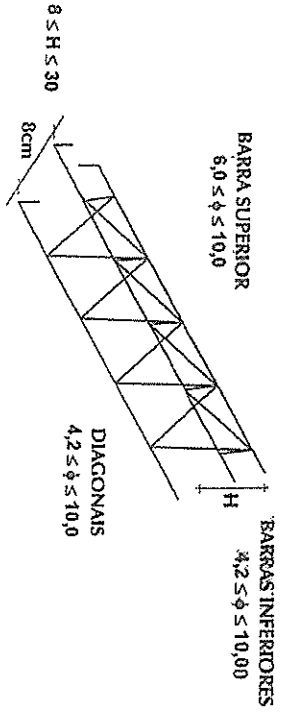
As armaduras em treliça para lajes são produzidas em dois tipos: com e sem sapata inferior de concreto. Essas armaduras são treliças metálicas feitas por processo automático, empregando-se fios treliçados de aço CA-60 soldados por eletro-fusão.

As treliças simples, sem a sapata inferior de concreto, são destinadas essencialmente a armaduras de lajes moldadas inteiramente no local. O emprego de treliças simples exige a presença de fôrmas completas para lançamento do concreto. Essas fôrmas podem ser do tipo tradicional, feitas de madeira, ou então fôrmas especiais industrializadas.

Nas treliças com sapata inferior de concreto, usualmente chamadas vigotas treliçadas como mostra a Figura 11.8 no detalhe 3), a sapata é moldada em forma metálica, de preferência em instalação industrial, para garantir a qualidade do concreto lançado em espessuras de 2 a 3 cm.

As armaduras em treliça são usualmente fabricadas com altura variando entre 8 e 30 cm, com possível variação de centímetro em centímetro. As barras usadas nas treliças seguem padrões adotados pelos fabricantes. Sob encomenda, as treliças podem ser fabricadas com diferentes quantidades de aço da sapata inferior com valores especificados pelo usuário.

A Figura 11.10 mostra as principais características das armaduras treliçadas usualmente empregadas.



Tipo	Altura (mm)	Diâmetro das Barras (mm)			Seção (cm <sup>2</sup> )	Massa (kg/m)
		Sup	Diag	Inf		
TR-08634	80	6	3,4	4,2	0,276	0,625
TR-08635	80	6	3,4	5	0,392	0,720
TR-08636	80	6	3,4	6	0,566	0,856
TR-12645	120	6	4,2	5	0,392	0,880
TR-12745	120	7	4,2	5	0,392	0,960
TR-12646	120	6	4,2	6	0,566	1,016
TR-12746	120	7	4,2	6	0,566	1,096
TR-16645	160	6	4,2	5	0,392	0,948
TR-16745	160	7	4,2	5	0,392	1,028
TR-16646	160	6	4,2	6	0,566	1,100
TR-16746	160	7	4,2	6	0,566	1,164
TR-20645	200	6	4,2	6	0,566	1,175
TR-20746	200	7	4,2	6	0,566	1,240
TR-20756	200	7	5	6	0,566	1,445
TR-20856	200	8	5	6	0,566	1,538
TR-25756	250	7	5	6	0,566	1,583
TR-25856	250	8	5	6	0,566	1,676
TR-30756	300	7	5	6	0,566	1,725
TR-30856	300	8	5	6	0,566	1,818

Figura 11.10 – Características das armaduras treliçadas usuais

A Figura 11.11 mostra alguns detalhes construtivos que são adotados quando se empregam as lajes treliçadas.  
 A Figura 11.12 mostra as características da laje nervurada com vigotas pré-moldadas de concreto armado.  
 A Figura 11.13 mostra as características da laje nervurada com vigotas treliçadas.

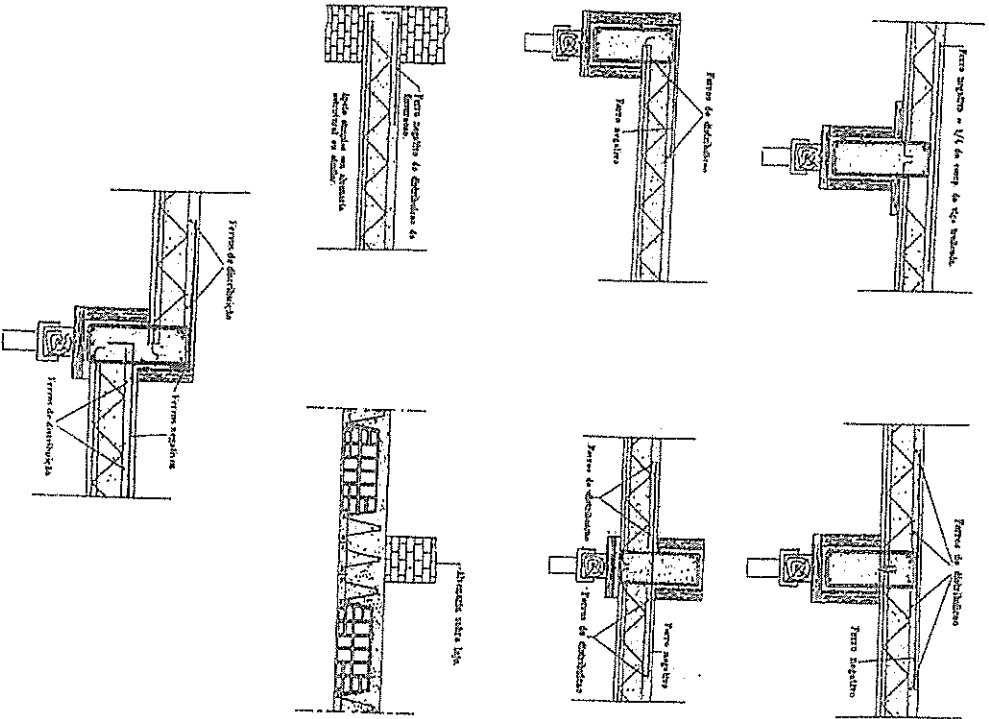
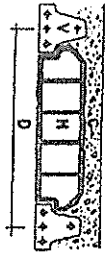


Figura 11.11 – Detalhes construtivos das lajes treliçadas

**Características:**

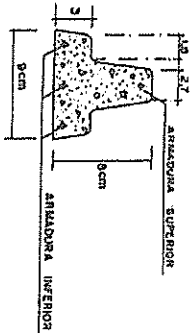


ONDE: V = Vigas de concreto

H = Laje de cerâmica

C = Capamento de concreto  
( $f_{ck} \geq 20 \text{ MPa}$ )

D = Inter-eixo



Vigas de concreto V - cm	altura da cerâmica H - cm	capa-mento C - cm	inter-eixo D - cm	peso $Kg/m^2$ c/capamento	Beto obturado c/capamento
8	6,0	4	40	180	12
8	12	4	40	256	16
8	16	4	40	321	20
8	20	4	40	381	24
8	30	5	40	550	35

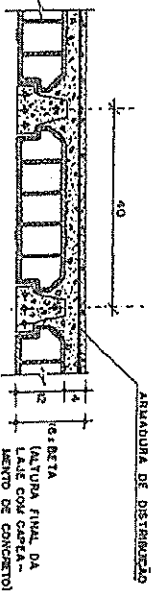
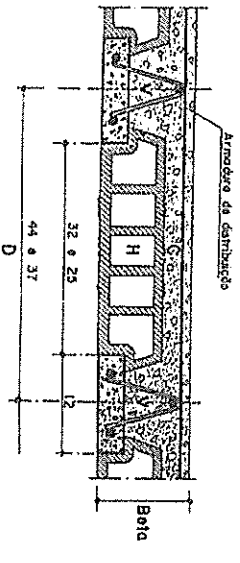
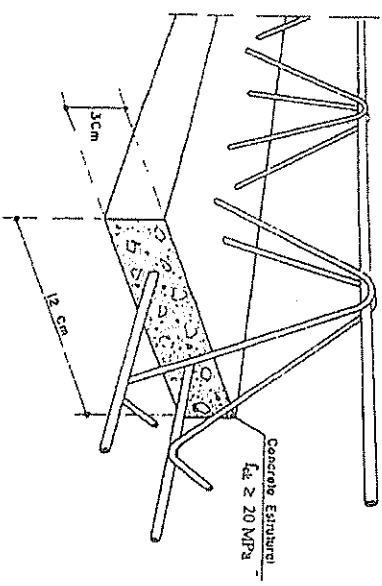


Figura 11.12 - Laje nervurada com vigas pré-moldadas

**Laje Pré-Fabricada - Tipo Treliça**

**CARACTERÍSTICAS:**



ONDE: V = Viga de concreto treliçada

H = Laje de cerâmica ou concreto laje

C = Capamento de concreto  
( $f_{ck} \geq 20 \text{ MPa}$ )

D = Inter-eixo

Beta = altura final da laje com capamento de concreto

Figura 11.13 - Laje nervurada com vigas treliçadas

1 - OBJETIVO

1.1 - Esta Norma fixa as condições exigíveis para determinação dos valores das cargas que devem ser consideradas no projeto de estruturas de edificações, qualquer que seja sua classe e destino, salvo os casos previstos em normas especiais.

1.2 - Para os fins desta Norma, as cargas são classificadas nas seguintes categorias:

- a) carga permanente (g);
- b) carga acidental (q).

2 - CARGA PERMANENTE E CARGA ACIDENTAL

2.1 - Carga permanente

2.1.1 - Este tipo de carga é constituído pelo peso próprio da estrutura e pelas sobrecargas fixas correspondentes aos pesos de todos os elementos construtivos e instalações permanentes.

2.1.2 - Quando forem previstas paredes divisórias, cuja posição não esta definida no projeto, o calculo de pisos com suficiente capacidade de distribuição transversal da carga deve ser feito, admitindo, além dos demais carregamentos, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observando o valor minimo de 1kN/m<sup>2</sup>.

2.1.3 - Na falta de determinação experimental, deve ser utilizada a Tabela 2.1.3 seguinte para adotar os pesos específicos aparentes dos materiais de construção mais frequentes.

TABELA 2.1.3 - Peso específico dos materiais de construção

Materiais		peso específico aparente	kN/m <sup>3</sup>
1 Rochas	arenito	26,00	
	basalto	30,00	
	gneiss	30,00	
2 Pedras artificiais	granito	28,00	
	marmore e calcário	28,00	
	bloco de argamassa	22,00	
	cimento amianto	20,00	
	laíolos cerâmicos	18,00	
3 Revestimentos e concretos	laíolos furados	13,00	
	laíolos maciços	18,00	
	laíolos sílico-calcários	20,00	
	argamassa de cal, cimento e areia	19,00	
	argamassa de cimento e areia	21,00	
4 Metais	gesso e escaríola	12,50	
	concreto simples	24,00	
	concreto armado	25,00	
	aco	78,50	
	alumínio e ligas	28,00	
5 Madeiras	bronze ou latão	85,00	
	chumbo	114,00	
	cobre	89,00	
	estanho	74,00	
	zinco	72,00	
madeiras de lei	pinho	7,00	
	madeiras de lei	10,00	

Materiais		Materiais de construção		(contín.)
Materiais		Peso específico aparente	KN/m <sup>3</sup>	
6	Materiais diversos	alcitrão asfalto borracha papel plástico em folhas vidro plano	12,00 13,00 17,00 11,00 21,00 26,00	
1	Esta Norma tomou-se como fator de conversão o valor arredondado $1 N=0,1 kgf$ ou $1 kgf = 10N$ , em lugar do valor exato $1 kgf=9,806 65 N$ .			
2.2	Carga accidental			
5	toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos, etc).			
2.2.1	Condições peculiares			
2.2.1.1	Nos compartimentos destinados a carregamentos especiais, como os devidos a arquivos, depósitos de materiais, máquinas leves, caixas-fora, etc, não é necessária uma verificação mais exata destes carregamentos, desde que se considere um acréscimo de $3KN/m^2$ ao valor da carga accidental.			
2.2.1.2	As cargas verticais que se consideram atuando nos pisos de edificações, além das que se aplicam em caráter especial referem-se à carga uniformemente distribuídas, com os valores mínimos indicados na Tabela 2.2.1.2 - Valores mínimos das cargas verticais			
TABELA 2.2.1.2 - Valores mínimos das cargas verticais				
Local			KN/m <sup>2</sup>	
1	Armazenadas			carga
2	Balcões	mesma carga da peça com a qual se comu- nicam e as previstas em 2.2.1.5		4,00
3	Bancos	hall escritórios e banheiros salas de diretoria e de gerência		-
4	Bibliotecas	sala de leitura sala para depósito de livros sala com estantes de livros - a ser de- terminada em cada caso ou $2,50 KN/m^2$ por metro de altura, observado, porém o va- lor mínimo de		2,50 ≥ 4,00
5	Casas de má- quinas	(incluindo o peso das máquinas) a ser determinada em cada caso, porém		≥ 6,00
6	Cinemas	hall e plateia com assentos fixos estádio e plateia com assentos móveis banheiro		≥ 7,50 3,00 4,00 2,00
7	Clubes	sala de refeições e de assembleia com assentos fixos sala de assembleia com assentos móveis sala de danças e salão de esportes sala de bilhar e banheiro		3,00 3,00 4,00 5,00 2,00
8	Corredores	com acesso ao público sem acesso ao público		3,00 2,00

A-2

Local		Valores mínimos das cargas verticais		(contín.)
Local				KN/m <sup>2</sup>
9	Cuinas não residenciais	a ser determinada em cada caso, porém		3,00
10	Depósitos	a ser determinada em cada caso e na fal- ta de valores experimentais conforme o indicado em 2.2.1.3		-
11	Edifícios residenciais	dormitório, sala, copa, cozinha e banhei- ro dispensa, área de serviço e lavanderia		1,50 2,00
12	Escadas	com acesso ao público (ver 2.2.1.7)		3,00
13	Escolas	sem acesso ao público		2,50
14	Escritórios	anfiteatro com assentos fixos, corredor e sala de aula sala de professores e banheiro		3,00 2,00
15	Ferros	salas de uso geral e banheiros		2,00
16	Galerias de arte	sem acesso a pessoas		0,50
17	Galerias de lojas	a ser determinada em cada caso, porém		3,00
18	Garagens e estacionam- entos	para veículos de passageiros ou semo- vêntes com carga máxima de $25KN$ por veículo. Valores de $\phi$ indicados em 2.2.1.6		3,00
19	Garagens de esportes			5,00
20	Hall	sem acesso ao público com acesso ao público		1,50 3,00
21	Hospitais	dormitório, enfermaria, sala de recupe- ração, sala de cirurgia, sala de raios X e banheiro corredor e vestiário		2,00 3,00
22	Laboratórios	incluindo equipamentos, a ser determi- nada em cada caso, porém		≥ 3,00
23	Lavanderias	incluindo equipamentos		3,00
24	Lojas			4,00
25	Restaurantes			3,00
26	Teatros	palco demais dependências: cargas iguais às especificadas para cinemas		5,00
27	Terracos	sem acesso ao público com acesso ao público inacessível a pessoas destinado a helicópteros elevados: as car- gas deverão ser fornecidas pelo órgão competente do Ministério da Aeronáuti- ca		2,00 3,00 0,50

2.2.1.3 No caso de armazenagem em depósitos e na falta de valores ex-  
perimentais, o peso dos materiais armazenados pode ser obtido através  
dos pesos específicos apropriados que constam da Tabela 2.2.1.3.

A-3

ANEXO 2.2.1.8 - Redução das cargas acidentais

Material	peso específico aparente KN/m <sup>3</sup>	ângulo de atrito interno
1 Materiais de Construção		
areia com cal natural	17,00	30°
cal em pó	10,00	25°
cal em pedra	10,00	45°
caliça	13,00	45°
cimento	14,00	-
clinker de cimento	15,00	25°
to	18,00	30°
pedra britada seixo	19,00	40°
2 Combustíveis		
carvão mineral em pó	7,00	25°
carvão vegetal	4,00	45°
carvão em pedra lenha	8,50	30°
	5,00	45°
3 Produtos Agrícolas		
peso específico aparente médio KN/m <sup>3</sup>		ângulo de atrito interno (cm re-pouso)
açúcar	7,50	35°
arroz com casca	5,50	36°
batatas	5,00	30°
café	7,50	30°
centeio	3,50	-
cevada	7,00	35°
farinha	7,00	25°
feijão	5,00	25°
feno prensado	7,50	45°
frutas	1,70	31°
fumo	3,50	-
málio	3,50	-
soja	7,50	35°
soja trigo	7,00	27°
	7,80	29°
		27°

2.2.1.4 No meio do vão dos elementos isolados de coberturas (ripas, telhas e barras do banco superior de treliças) deve ser considerada atuação respectivo for inferior a 2 KN. A carga do vento sobre o elemento considerada adicionalmente a carga permanente.

2.2.1.5 Ao longo dos parapeitos e balcões devem ser consideradas aplicadas, uma carga horizontal de 0,8 KN/m na altura do corrimão e uma carga vertical de 2 KN/m.

2.2.1.6 O valor do coeficiente  $\psi$  de majoração das cargas acidentais aplicadas deve ser determinado do modo seguinte:

sendo  $f_0$  = 3m para o caso de uma laje;

$f_0 = 5m$  para o caso das vigas;

$f_0 = 1,00$  quando  $f \geq f_0$

$f_0 = 1,43$  quando  $f < f_0$

O valor de  $\psi$  não precisa ser considerado no cálculo das paredes e pilares.

2.2.1.8.1 Redução das cargas acidentais

deverem ser calculados para suportarem uma carga concentrada de 2,5KN, a ser aplicada na posição mais desfavorável. Este carregamento não deve ser considerado na composição de cargas das vigas que suportam os degraus.

2.2.1.8.2 No cálculo dos pilares e das fundações de edifícios para escritórios, residências e casas comerciais não destinados a depósitos, as cargas acidentais podem ser reduzidas de acordo com os valores indicados na Tabela 2.2.1.8.

Nº de pisos que atuam sobre o elemento	Redução percentual das cargas acidentais
1, 2, e 3	0
4	20
5	40
6 ou mais	60

NOTA

Para efeito de aplicação destes valores, o forro deve ser considerado como piso.

### CARGAS PERMANENTES EM ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS

#### 1 - PESO PRÓPRIO DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

- Lajes maciças e paredes  $pp \text{ (kN/m}^2) = 25 \cdot h \text{ (m)}$
- Vigas e pilares  $pp \text{ (kN/m)} = 25 \cdot b_w \text{ (m)} \cdot h_w \text{ (m)}$

#### 2 - PESO DE REVESTIMENTO DE LAJES

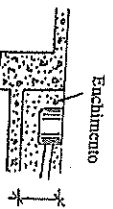
- Edifícios residenciais e comerciais: varia de 0,40 a 1,00 kN/m<sup>2</sup>. Para projeto pode-se adotar 0,80 kN/m<sup>2</sup>.
- Pisos industriais: varia de 1,50 a 2,00 kN/m<sup>2</sup>. Para projeto pode-se adotar 2,00 kN/m<sup>2</sup>.

#### 3 - PESO DE PAREDES

MATERIAL	Espessura da parede sem revest. (cm)	Peso por m <sup>2</sup> (kN/m <sup>2</sup> )	Espessura da parede revestida acabada (cm)	Peso por m <sup>2</sup> (kN/m <sup>2</sup> )
<b>Bloco de cerâmica furados</b>				
9x19x39	9	0,70	12	1,30
11,5x19x39	11,5	0,90	15	1,50
14x19x39	14	1,10	17	1,70
19x19x39	19	1,50	22	2,10
<b>Bloco de concreto vazados</b>				
9x19x39	9	1,10	10	1,30
11,5x19x39	11,5	1,30	12	1,50
14x19x39	14	1,50	15	1,70
19x19x39	19	1,80	20	2,00
<b>Bloco de cerâmica furados (formato)</b>				
9x19x19	9	0,70	12	1,30
11,5x19x19	11,5	0,90	15	1,50
14x19x19	14	1,10	17	1,70
19x19x19	19	1,50	22	2,10
<b>Tijolos cerâmicos nuos</b>				
5x10x20	10	1,80	15	2,30
5x10x25	10,5	1,80	25	4,00
<b>Tijolos de vidro</b>				
6x20x20 xadrez	6	0,80		
8x19x19 emetado	8	0,80		
<b>Bloco sílico-calcários (Prensil)</b>				
SCV-10 9x19x39	9	1,10		
SCV-15 14x19x39	14	1,45		
SCV-20 19x19x39	19	1,75		
<b>Tijolos sílico-calcários (Prensil)</b>				
NF 7,1x11,5x24	11,5	2,10		
2NF 11,3x11,5x24	11,5	1,60		
<b>Bloco de concreto celular (SICAL)</b>				
60x30x10	10	0,55		0,70
60x30x12,5	12,5	0,65		0,80
60x30x15	15	0,80		0,95
60x30x20	20	1,10		1,25

Peso de parede (kN/m) = valor da tabela (kN/m<sup>2</sup>) x altura (m)  
 Peso de parede (kN) = valor da tabela (kN/m<sup>2</sup>) x altura (m) x comprimento (m)

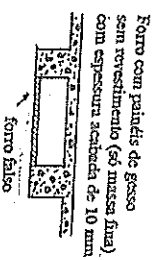
#### 4 - PESO DE ENCHIMENTO DE REBAMOS



Peso de enchimento (kN/m<sup>2</sup>) =  $\gamma \text{ (kN/m}^3) \cdot r \text{ (m)}$

MATERIAL	Peso específico $\gamma \text{ (kN/m}^3)$
Cacos de concreto celular autoclavado (CCA)	6,0
Argila expandida	8,5
Argamassa para (caso de pequenos rebocos para obtenção de calçamento para escoamento de água)	13,0
Enfundo	15,0
Terra	16,0 a 20,0

#### 5 - PESO DE FORRO FALSO



TIPO	Peso por m <sup>2</sup> (kN/m <sup>2</sup> )
Suspensão com arame	0,15
Aparafusado em perfisados	0,35
Com estrutura de madeira	0,40

#### 6 - PESO DE TELHADOS (SÓ TELHAS)

Peso por m<sup>2</sup> de superfície inclinada para cálculo das cargas e escoamento (inclui a superposição, fixação e abrigação de água).

TIPO DE TELHA	Peso por m <sup>2</sup> de superfície inclinada (kN/m <sup>2</sup> )
<b>Telhas de cerâmica</b>	
<b>Telhas de fibrocimento Ondulada</b>	
Tropical	0,18
Onda	0,24
Modulada	0,15
Vogalex	0,15
Eternax	0,25
Eternax	0,10
Eternax	0,17
Eternax	0,23
Eternax	0,22
Canalite 44	0,24
Canalite 49	0,24
Canalite 50	0,24
Canalite 50	0,24
<b>Telhas de vidro</b>	
<b>Telhas de concreto</b>	
<b>Telhas de aço galvanizado</b>	
Telhas de 30 mm	0,50
Telhas de 65 mm	0,05
Telhas de 80 mm	0,06
Telhas de alumínio	0,60 mm
Telhas de plástico	0,80 mm
Telhas de plástico	0,04
Telhas de plástico	0,07



7 - PESO DE COBERTURAS (SÓ ESTRUTURA)

Peso estimado por m<sup>2</sup> na horizontal da estrutura de coberturas.

TIPO DE ESTRUTURA	Peso da estrutura (kN/m <sup>2</sup> )
Tessouras de madeira com inclinação i ≤ 40%	0,25
Tessouras de aço em duas águas para cobertura com telhas de fibrocimento ou metálicas	
Vão (m)	Distância entre tessouras (m)
15	4,00
20	5,00
25	5,00
30	5,00
Arcos de aço para cobertura com telhas de fibrocimento ou metálicas	
Vão (m)	Distância entre arcos (m)
15	4,00
20	5,00
25	6,00
30	6,00

8 - PESO DE COBERTURAS (ESTRUTURA + TELHAS)

Peso estimado por m<sup>2</sup> na horizontal de coberturas incluindo a estrutura apoente (terças, tessouras ou arcos).

TIPO DE COBERTURA	Peso da cobertura (kN/m <sup>2</sup> )
Com telhas de cerâmica e tessouras de madeira com inclinação i ≤ 40%	0,80
Com telhas onduladas de fibrocimento e estrutura de madeira	0,50
Com telhas de alumínio	0,30
estrutura metálica de aço	0,20
estrutura metálica de alumínio	0,20
Canalete 49 ou 90 e estrutura de madeira	0,35

9 - PESO DE DIVISÓRIAS DE MADEIRA

Para divisórias tipo Divitbx: 0,20 (kN/m<sup>2</sup>)

10 - PESO DE CAIXILHOS (INCLUINDO VIDROS)

De alumínio: 0,20 kN/m<sup>2</sup>

De ferro: 0,30

Que vão de piso a piso: 0,40

11 - PESO DE BLOCOS DE EPS (Poliestireno expandido = isopor) PARA LAJES NERVURADAS

Peso específico = 0,12 a 0,18 kN/m<sup>3</sup>. Para projeto pode-se adotar 0,15 kN/m<sup>3</sup>.

12 - PESO DE LAJOTAS DE CERÂMICA PARA LAJES NERVURADAS

6,5x20x30	0,023 kN/unid.
7x20x30	0,030
8x20x25(30)	0,035
10x20x30	0,040
12x20x30	0,045
16x20x30	0,050
20x20x30	0,065

13 - PESO DE BLOCOS DE CONCRETO CELULAR (SICAL) PARA LAJES NERVURADAS

60x40x10	0,12 kN/unid.
60x40x12,5	0,15
60x40x15	0,18
60x40x20	0,24

14 - PESO DE BLOCOS DE CERÂMICA FURADOS PARA ALVENARIA (Vedação)

9x19x19	0,020 kN/unid.
9x19x29	0,032
9x19x39	0,048
11,5x19x24	0,034
11,5x19x29	0,040
11,5x19x39	0,058
14x19x24	0,038
14x19x29	0,047
14x19x39	0,066
19x19x29	0,089
19x19x39	0,090

15 - PESO DE BLOCOS DE CONCRETO VAZADOS PARA ALVENARIA (Vedação)

9x19x19	0,036 kN/unid.
9x19x39	0,080
11,5x19x39	0,099
14x19x19	0,054
14x19x39	0,108
19x19x19	0,078
19x19x39	0,125

16 - PESO DE TILOS MACIÇOS PARA ALVENARIA (Vedação)

5x10x20	comum	0,018 kN/unid.
5,5x10,5x22,5	aparente	0,020

17 - PESO DE BANHEIRAS DE HIDROMASSAGEM (VAZIAS)

Reangular	150 litros	0,15 kN
150x80x45	200	0,20
180x90x47	240	0,30
170x120x45	250	0,30
190x110x45	265	0,30
180x120x43	265	0,30
Redonda	150x50	180
170x50	230	0,25
De canto	170x50	0,25
158x158x50	220	0,20

18- PESO DE CAIXAS D'ÁGUA (CAIXA VAZIA + TAMPA)

Caixas de Fibrocimento		
Retangular	500 litros	0,80 kN
	1000	1,60
Cilíndrica	250	0,35
	500	0,70
	1000	1,40
Caixas de polipropileno		
Retangular	300 litros	0,20 kN
	500	0,30
Cilíndrica	300	0,15
	500	0,20
	1000	0,35
Caixas de polietileno		
Cilíndrica	310 litros	0,10 kN
	500	0,15
	750	0,20
	1000	0,25
	1500	0,40
	1750	0,40
	2500	0,50
Caixas de aço inox:		
Cilíndrica	500 litros	0,20 kN
	1000	0,30
	1500	0,40
	2500	0,50
Caixas de PRFV (plástico reforçado com Fibras de Vidro - Fiber Glass)		
Retangular	500 litros	0,15 kN
	1000	0,30
Cilíndrica	250	0,10
	310	0,10
	500	0,15
	750	0,20
	1000	0,25
	1500	0,30
	2000	0,40
	3000	0,60
	4000	0,80
	5000	0,90
	6000	1,10
	7500	1,40
	10000	1,50
	15000	2,30

19- EQUIVALÊNCIA DE UNIDADES: 1 kN = 100 kgf  
1 kN/m<sup>2</sup> = 100 kgf/m<sup>2</sup>

VALORES DE  $\psi_2$  PARA VIGAS E LAJES ARMADAS EM UMA DIREÇÃO

- Simplesmente apoiadas 1,0
- Contínuas 1,2
- Duplamente engastadas 1,7
- Em balanço 0,5

VALORES DE  $\psi_2$  PARA LAJES ARMADAS EM DUAS DIREÇÕES

TIPO	1	2A	2B	3	4A	4B	5A	5B	6
1,00	1,50	1,70	1,70	1,80	1,90	1,90	2,00	2,00	2,20
1,05	1,48	1,67	1,68	1,78	1,86	1,89	1,97	1,93	2,17
1,10	1,46	1,64	1,67	1,76	1,83	1,88	1,94	1,97	2,15
1,15	1,44	1,61	1,65	1,74	1,79	1,87	1,91	1,95	2,12
1,25	1,42	1,58	1,64	1,72	1,76	1,86	1,88	1,94	2,10
1,30	1,40	1,55	1,62	1,70	1,72	1,85	1,85	1,92	2,07
1,35	1,38	1,52	1,61	1,68	1,69	1,84	1,82	1,91	2,05
1,40	1,36	1,49	1,59	1,65	1,65	1,83	1,79	1,89	2,02
1,45	1,34	1,46	1,58	1,64	1,62	1,82	1,76	1,88	2,00
1,50	1,32	1,43	1,56	1,62	1,58	1,81	1,73	1,85	1,95
1,55	1,30	1,40	1,55	1,60	1,55	1,80	1,70	1,85	1,92
1,60	1,28	1,37	1,53	1,58	1,51	1,79	1,78	1,83	1,92
1,65	1,26	1,34	1,52	1,56	1,48	1,78	1,74	1,82	1,90
1,70	1,24	1,31	1,50	1,54	1,44	1,77	1,72	1,80	1,87
1,75	1,22	1,28	1,49	1,52	1,41	1,76	1,71	1,77	1,85
1,80	1,20	1,25	1,47	1,50	1,37	1,75	1,70	1,76	1,82
1,85	1,18	1,22	1,46	1,48	1,34	1,74	1,69	1,74	1,80
1,90	1,16	1,19	1,44	1,46	1,30	1,72	1,66	1,71	1,77
1,95	1,14	1,16	1,43	1,44	1,27	1,71	1,64	1,69	1,75
2,00	1,12	1,13	1,41	1,42	1,23	1,70	1,62	1,66	1,72
	1,10	1,10	1,40	1,40	1,20	1,70	1,60	1,64	1,70

$l_y$  = maior vão teórico;  $l_x$  = menor vão teórico

VALORES DE  $\psi_3$

ACO	VIGAS E LAJES NERVURADAS	LAJES MACIÇAS
CA-25	25	35
CA-50	17	25
CA-60	15	20

VALORES DE  $v_2$  PARA VIGAS E LAJES ARMADAS EM UMA DIREÇÃO

- Simplesmente apoiadas 1,0
- Contínuas 1,2
- Duplamente engastadas 1,7
- Em balanço 0,5

VALORES DE  $v_2$  PARA LAJES ARMADAS EM DUAS DIREÇÕES

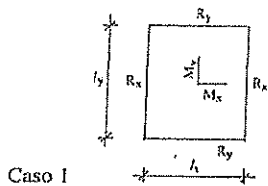
TIPO	7	8A	8B	9	10	11	12
1,00	1,00	1,30	1,10	1,70	1,40	1,70	0,70
1,05	0,97	1,26	1,07	1,64	1,35	1,64	0,69
1,10	0,95	1,22	1,04	1,58	1,31	1,58	0,68
1,15	0,92	1,18	1,01	1,52	1,26	1,52	0,67
1,20	0,90	1,14	0,98	1,46	1,22	1,46	0,66
1,25	0,87	1,10	0,95	1,40	1,17	1,40	0,65
1,30	0,85	1,06	0,92	1,34	1,13	1,34	0,64
1,35	0,82	1,02	0,89	1,28	1,08	1,28	0,63
1,40	0,80	0,98	0,86	1,22	1,04	1,22	0,62
1,45	0,77	0,94	0,83	1,16	0,99	1,16	0,61
1,50	0,75	0,90	0,80	1,10	0,95	1,10	0,60
1,55	0,72	0,86	0,77	1,04	0,90	1,04	0,59
1,60	0,70	0,82	0,74	0,98	0,86	0,98	0,58
1,65	0,67	0,78	0,71	0,92	0,81	0,92	0,57
1,70	0,65	0,74	0,68	0,86	0,77	0,86	0,56
1,75	0,62	0,70	0,65	0,80	0,72	0,80	0,55
1,80	0,60	0,66	0,62	0,74	0,68	0,74	0,54
1,85	0,57	0,62	0,59	0,68	0,63	0,68	0,53
1,90	0,55	0,58	0,56	0,62	0,59	0,62	0,52
1,95	0,52	0,54	0,53	0,56	0,54	0,56	0,51
2,00	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50

a = vão teórico perpendicular à borda livre nos tipos 7 a 11 e menor vão teórico no tipo 12  
 b = vão teórico paralelo à borda livre nos tipos 7 a 11 e maior vão teórico no tipo 12

VALORES DE  $v_2$

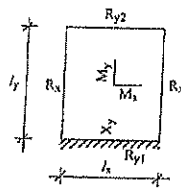
AÇO	VIGAS E LAJES NERVURADAS	LAJES MACIÇAS
CA-25	25	35
CA-50	17	25
CA-60	15	20

LAJE RETANGULAR SOBRE QUATRO APOIOS COM CARGA DISTRIBUÍDA TOTAL.  
 MOMENTOS FLETORES, REAÇÕES DE APOIO E FLECHA NO CENTRO DA LAJE (Tabelas de Czerny)



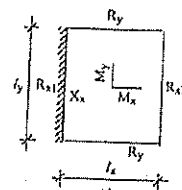
Caso 1

$l_y/l_x$	$m_x$	$m_y$	$v_x$	$v_y$	k
1,00	27,2	27,2	0,250	0,250	0,0487
1,05	24,5	27,5	0,262	0,238	0,0536
1,10	22,4	27,9	0,273	0,227	0,0584
1,15	20,7	28,4	0,283	0,217	0,0631
1,20	19,1	29,1	0,292	0,208	0,0678
1,25	17,8	29,9	0,300	0,200	0,0728
1,30	16,8	30,9	0,308	0,192	0,0767
1,35	15,8	31,8	0,315	0,185	0,0809
1,40	15,0	32,8	0,321	0,179	0,0850
1,45	14,3	33,8	0,327	0,173	0,0890
1,50	13,7	34,7	0,333	0,167	0,0927
1,55	13,2	35,4	0,339	0,161	0,0963
1,60	12,7	36,1	0,344	0,156	0,0997
1,65	12,3	36,7	0,348	0,152	0,0992
1,70	11,9	37,3	0,353	0,147	0,1029
1,80	11,3	38,5	0,361	0,139	0,1118
1,90	10,8	39,4	0,368	0,132	0,1169
2,00	10,4	40,3	0,375	0,125	0,1213



Caso 2A

$l_y/l_x$	$m_x$	$m_y$	$n_y$	$v_x$	$v_{y1}$	$v_{y2}$	k
1,00	41,2	29,4	11,9	0,183	0,402	0,232	0,0334
1,05	36,5	29,0	11,3	0,193	0,388	0,226	0,0378
1,10	31,9	28,8	10,9	0,202	0,378	0,218	0,0422
1,15	28,3	28,8	10,4	0,211	0,366	0,212	0,0467
1,20	25,9	28,9	10,1	0,220	0,355	0,205	0,0512
1,25	23,4	29,2	9,8	0,230	0,342	0,198	0,0557
1,30	21,7	29,7	9,6	0,239	0,331	0,191	0,0602
1,35	20,1	30,2	9,3	0,248	0,320	0,184	0,0645
1,40	18,8	30,8	9,2	0,256	0,310	0,179	0,0689
1,45	17,5	31,6	9,0	0,264	0,300	0,173	0,0731
1,50	16,6	32,3	8,9	0,272	0,289	0,167	0,0773
1,55	15,7	33,0	8,8	0,280	0,280	0,161	0,0815
1,60	15,0	33,6	8,7	0,286	0,272	0,156	0,0852
1,65	14,3	34,3	8,6	0,293	0,262	0,152	0,0892
1,70	13,8	34,9	8,5	0,299	0,255	0,147	0,0926
1,80	12,8	36,2	8,4	0,310	0,241	0,139	0,0994
1,90	12,0	37,5	8,3	0,320	0,228	0,132	0,1056
2,00	11,4	38,8	8,2	0,329	0,217	0,125	0,1112



Caso 2B

$l_y/l_x$	$m_x$	$m_y$	$n_x$	$v_{x1}$	$v_{x2}$	$v_y$	k
1,00	29,4	41,2	11,9	0,402	0,232	0,183	0,0334
1,05	29,2	43,2	11,3	0,412	0,238	0,175	0,0357
1,10	27,3	45,1	10,9	0,422	0,244	0,167	0,0380
1,15	25,8	47,1	10,5	0,431	0,249	0,160	0,0401
1,20	24,5	48,8	10,2	0,440	0,254	0,153	0,0420
1,25	23,4	50,3	9,9	0,447	0,259	0,147	0,0438
1,30	22,4	51,8	9,7	0,455	0,263	0,141	0,0455
1,35	21,6	53,2	9,4	0,461	0,267	0,136	0,0472
1,40	21,0	54,3	9,3	0,468	0,270	0,131	0,0485
1,45	20,3	55,0	9,1	0,474	0,274	0,126	0,0498
1,50	19,8	55,6	9,0	0,479	0,277	0,122	0,0510
1,55	19,4	56,2	8,9	0,484	0,280	0,118	0,0521
1,60	19,0	56,8	8,8	0,488	0,282	0,115	0,0531
1,65	18,6	57,3	8,7	0,493	0,285	0,111	0,0541
1,70	18,3	57,8	8,6	0,498	0,287	0,108	0,0549
1,80	17,8	58,6	8,4	0,504	0,292	0,102	0,0562
1,90	17,4	59,0	8,3	0,512	0,296	0,096	0,0575
2,00	17,1	59,2	8,3	0,517	0,299	0,092	0,0585

$$M_x = p \cdot l_x^2 / m_x \quad X_x = -p \cdot l_x^2 / n_x \quad R_x = p \cdot l_x \cdot v_x \quad R_{x1} = p \cdot l_x \cdot v_{x1} \quad R_{x2} = p \cdot l_x \cdot v_{x2}$$

$$M_y = -p \cdot l_y^2 / m_y \quad X_y = -p \cdot l_y^2 / n_y \quad R_y = p \cdot l_y \cdot v_y \quad R_{y1} = p \cdot l_y \cdot v_{y1} \quad R_{y2} = p \cdot l_y \cdot v_{y2}$$

$$f = k \cdot p \cdot l_x^4 / (E \cdot h^3)$$

Reações por metro linear de apoio



TABELAS PARA CÁLCULO DE PLACAS  
A. S. KALMANOK  
NOTAÇÃO ENCONTRADA NAS TABELAS

- a = lado perpendicular ao maior número de engastes, em caso de igualdade, é o maior lado - tabelas 1 a 6
- lado incluído nas figuras das tabelas - tabelas 7 a 25
- b = lado perpendicular ao menor número de engastes, em caso de igualdade, é o maior lado - tabelas 1 a 6
- lado incluído nas figuras das tabelas - tabelas 7 a 25
- f, c = Flecha no centro da placa
- f<sub>1</sub> = Flecha no meio da borda livre (ponto 1)
- f<sub>2</sub> = Flecha no meio da borda livre na direção a
- f<sub>3</sub> = Flecha no meio da borda livre na direção b
- M<sub>1</sub> = momento fletor no centro da placa na direção a
- M<sub>2</sub> = momento fletor no centro da placa na direção b
- M<sub>3</sub> = momento fletor no centro da placa na direção a
- M<sub>4</sub> = momento fletor no meio da borda livre na direção a
- M<sub>5</sub> = momento fletor no meio da borda livre na direção b
- X<sub>1</sub> = momento fletor no meio da borda b na direção a
- X<sub>2</sub> = momento fletor no meio da borda a na direção b
- M<sub>0</sub> = momento de torção
- M<sub>01</sub> = momento de torção no canto 1
- M<sub>02</sub> = momento de torção no canto 2
- Q<sub>1</sub> = reação concentrada no canto 1 (+ dirigida para baixo)
- Q<sub>2</sub> = reação concentrada no canto 2 (+ dirigida para baixo)
- Q<sub>3</sub>, Q<sub>4</sub> = reação concentrada de canto
- D = E.h<sup>3</sup> / (12(1 - ν<sup>2</sup>))
- E = módulo de elasticidade do material
- h = espessura da placa
- ν = coeficiente de Poisson do material
- R<sub>a</sub> = reação de apoio na borda a (\*)
- R<sub>b</sub> = reação de apoio na borda b (\*)
- R<sub>a3</sub> = reação de apoio na borda engastada a (\*)
- R<sub>a2</sub> = reação de apoio na borda apoiada a (\*)
- R<sub>a1</sub> = reação de apoio na borda engastada b (\*)
- R<sub>a4</sub> = reação de apoio na borda apoiada b (\*)

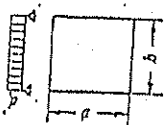


Tabla 1. — Placa rectangular, libremente apoyada en todo el contorno, solicitada por una carga uniformemente distribuida.

f	M <sub>a</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>0</sub>	R <sub>a</sub>	R <sub>b</sub>	
0,50	0,01013	0,0965	0,0174	±0,0660	0,269	0,731
0,55	0,00938	0,0892	0,0210	±0,0647	0,268	0,611
0,60	0,00865	0,0826	0,0243	±0,0633	0,267	0,503
0,65	0,00794	0,0750	0,0273	±0,0617	0,266	0,502
0,70	0,00726	0,0683	0,0298	±0,0599	0,265	0,450
0,75	0,00662	0,0619	0,0318	±0,0579	0,263	0,402
0,80	0,00600	0,0560	0,0334	±0,0557	0,261	0,364
0,85	0,00548	0,0506	0,0348	±0,0535	0,259	0,330
0,90	0,00498	0,0456	0,0359	±0,0512	0,256	0,300
0,95	0,00451	0,0410	0,0365	±0,0489	0,253	0,274
1,00	0,00406	0,0368	0,0368	±0,0464	0,250	0,250
0,95	0,00451	0,0365	0,0410	±0,0489	0,274	0,253
0,90	0,00498	0,0359	0,0456	±0,0512	0,300	0,256
0,85	0,00548	0,0348	0,0506	±0,0535	0,330	0,259
0,80	0,00600	0,0334	0,0560	±0,0557	0,364	0,261
0,75	0,00662	0,0318	0,0619	±0,0579	0,404	0,263
0,70	0,00726	0,0298	0,0683	±0,0599	0,450	0,265
0,65	0,00794	0,0273	0,0750	±0,0617	0,502	0,266
0,60	0,00865	0,0243	0,0826	±0,0633	0,568	0,267
0,55	0,00938	0,0210	0,0920	±0,0647	0,641	0,268
0,50	0,01013	0,0174	0,0965	±0,0660	0,731	0,269

Multiplicadores para los datos numéricos:  
para a/b > 1 ; para las flechas, pa<sup>4</sup>/D ;  
para los demás valores, pa<sup>3</sup> ;  
para b/a > 1 ; para las flechas, pb<sup>4</sup>/D ;  
para los demás valores, pb<sup>3</sup> .

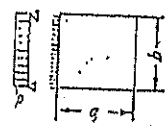


Tabla 2. — Placa rectangular, libremente apoyada en tres lados y empotrada en el cuarto, solicitada por una carga uniformemente distribuida.

f	X <sub>a</sub>	M <sub>a</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>0</sub>	R <sub>a</sub>	R <sub>b3</sub>	R <sub>b2</sub>	
0,50	0,00485	-0,1214	0,0584	0,0060	±0,0445	0,169	1,049	0,613
0,55	0,00467	-0,1188	0,0562	0,0063	±0,0443	0,168	0,947	0,545
0,60	0,00448	-0,1159	0,0538	0,0105	±0,0440	0,167	0,845	0,487
0,65	0,00428	-0,1126	0,0512	0,0127	±0,0437	0,167	0,769	0,437
0,70	0,00407	-0,1089	0,0485	0,0149	±0,0433	0,166	0,702	0,394
0,75	0,00386	-0,1050	0,0457	0,0168	±0,0428	0,166	0,643	0,360
0,80	0,00365	-0,1008	0,0428	0,0187	±0,0422	0,165	0,591	0,329
0,85	0,00344	-0,0965	0,0400	0,0205	±0,0414	0,165	0,545	0,302
0,90	0,00322	-0,0922	0,0372	0,0221	±0,0405	0,165	0,504	0,278
0,95	0,00300	-0,0880	0,0345	0,0234	±0,0395	0,165	0,467	0,255
1,00	0,00276	-0,0839	0,0318	0,0243	±0,0389	0,166	0,433	0,235
0,95	0,00318	-0,0881	0,0327	0,0282	±0,0409	0,166	0,440	0,240
0,90	0,00362	-0,0924	0,0330	0,0323	±0,0435	0,169	0,449	0,245
0,85	0,00411	-0,0967	0,0328	0,0369	±0,0462	0,174	0,460	0,249
0,80	0,00465	-0,1011	0,0324	0,0423	±0,0491	0,183	0,471	0,253
0,75	0,00526	-0,1055	0,0319	0,0485	±0,0523	0,198	0,482	0,257
0,70	0,00594	-0,1096	0,0309	0,0553	±0,0554	0,239	0,492	0,260
0,65	0,00660	-0,1133	0,0292	0,0627	±0,0589	0,300	0,501	0,262
0,60	0,00726	-0,1165	0,0269	0,0707	±0,0628	0,447	0,509	0,264
0,55	0,00794	-0,1192	0,0240	0,0792	±0,0672	0,519	0,514	0,266
0,50	0,00827	-0,1215	0,0204	0,0880	±0,0648	0,600	0,520	0,268

Multiplicadores para los datos numéricos:  
para a/b > 1 ; para las flechas, pa<sup>4</sup>/D ;  
para los demás valores, pa<sup>3</sup> ;  
para b/a > 1 ; para las flechas, pb<sup>4</sup>/D ;  
para los demás valores, pb<sup>3</sup> .



Tabla 3 — Placa rectangular, libremente apoyada en dos lados contiguos y empotrada en los dos restantes, solicitada por una carga uniformemente distribuida.

	$f$	$X_a$	$X_b$	$M_a$	$M_b$	$M_c$	$R_{11}$	$R_{12}$	$R_{21}$	$R_{22}$
0,50	0,00468	-0,1177	-0,0792	0,0550	0,0079	±0,0443	0,350	0,157	0,367	0,525
0,55	0,00414	-0,1136	-0,0779	0,0528	0,0105	±0,0449	0,350	0,158	0,369	0,453
0,60	0,00411	-0,1093	-0,0776	0,0486	0,0130	±0,0445	0,350	0,158	0,371	0,403
0,65	0,00320	-0,1047	-0,0773	0,0442	0,0153	±0,0439	0,350	0,159	0,373	0,355
0,70	0,00350	-0,0998	-0,0765	0,0416	0,0171	±0,0431	0,350	0,159	0,375	0,315
0,75	0,00333	-0,0942	-0,0759	0,0390	0,0188	±0,0421	0,349	0,160	0,375	0,279
0,80	0,00328	-0,0882	-0,0746	0,0365	0,0203	±0,0410	0,348	0,161	0,375	0,244
0,85	0,00243	-0,0825	-0,0731	0,0339	0,0216	±0,0395	0,348	0,161	0,377	0,212
0,90	0,00228	-0,0772	-0,0714	0,0321	0,0226	±0,0380	0,348	0,163	0,376	0,180
0,95	0,00224	-0,0724	-0,0696	0,0297	0,0232	±0,0363	0,347	0,163	0,376	0,160
1,00	0,00210	-0,0677	-0,0677	0,0274	0,0231	±0,0343	0,348	0,163	0,373	0,162
0,55	0,00225	-0,0685	-0,0714	0,0237	0,0267	±0,0333	0,370	0,160	0,341	0,163
0,60	0,00218	-0,0714	-0,0713	0,0226	0,0291	±0,0310	0,400	0,160	0,344	0,163
0,65	0,00283	-0,0731	-0,0635	0,0210	0,0273	±0,0335	0,447	0,177	0,345	0,162
0,70	0,00286	-0,0746	-0,0622	0,0203	0,0255	±0,0329	0,423	0,178	0,341	0,161
0,75	0,00333	-0,0769	-0,0590	0,0189	0,0260	±0,0311	0,515	0,179	0,341	0,160
0,80	0,00350	-0,0768	-0,0596	0,0171	0,0425	±0,0421	0,601	0,315	0,359	0,159
0,85	0,00320	-0,0773	-0,0617	0,0153	0,0462	±0,0439	0,670	0,335	0,359	0,159
0,90	0,00418	-0,0776	-0,0630	0,0130	0,0436	±0,0436	0,751	0,403	0,350	0,158
0,95	0,00444	-0,0773	-0,0636	0,0105	0,0523	±0,0440	0,843	0,455	0,350	0,155
0,50	0,00468	-0,0762	-0,0617	0,0079	0,0560	±0,0443	0,967	0,525	0,350	0,157

Multiplicadores para los datos numéricos:  
 para  $a/b < 1$ ; para las flechas,  $pa^4/D$ ;  
 para los demás valores,  $pa^2$ ;  
 para  $b/a < 1$ ; para las flechas,  $pb^4/D$ ;  
 para los demás valores,  $pb^2$ .

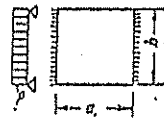


Tabla 4 — Placa rectangular, libremente apoyada en dos lados opuestos y empotrada en los dos restantes, solicitada por una carga uniformemente distribuida.

	$f$	$X_a$	$M_a$	$M_b$	$R_a$	$R_b$
0,50	0,00262	-0,0845	0,0414	0,0017	0,093	0,902
0,55	0,00257	-0,0843	0,0408	0,0029	0,097	0,812
0,60	0,00252	-0,0837	0,0400	0,0043	0,096	0,737
0,65	0,00246	-0,0828	0,0391	0,0058	0,097	0,673
0,70	0,00240	-0,0816	0,0380	0,0073	0,097	0,617
0,75	0,00234	-0,0801	0,0368	0,0088	0,098	0,569
0,80	0,00227	-0,0784	0,0350	0,0103	0,098	0,527
0,85	0,00220	-0,0765	0,0335	0,0119	0,099	0,490
0,90	0,00212	-0,0744	0,0319	0,0134	0,099	0,457
0,95	0,00203	-0,0722	0,0302	0,0147	0,100	0,427
1,00	0,00192	-0,0698	0,0285	0,0159	0,102	0,399
0,55	0,00225	-0,0745	0,0297	0,0189	0,115	0,412
0,60	0,00262	-0,0796	0,0307	0,0225	0,130	0,426
0,65	0,00305	-0,0849	0,0314	0,0267	0,148	0,441
0,70	0,00355	-0,0902	0,0318	0,0316	0,170	0,455
0,75	0,00413	-0,0957	0,0320	0,0374	0,198	0,469
0,80	0,00480	-0,1011	0,0319	0,0442	0,232	0,482
0,85	0,00558	-0,1063	0,0310	0,0519	0,274	0,495
0,90	0,00645	-0,1111	0,0292	0,0604	0,326	0,507
0,95	0,00741	-0,1154	0,0266	0,0697	0,391	0,518
0,50	0,00845	-0,1191	0,0234	0,0799	0,472	0,528

Multiplicadores para los datos numéricos:  
 para  $a/b < 1$ ; para las flechas,  $pa^4/D$ ;  
 para los demás valores,  $pa^2$ ;  
 para  $b/a < 1$ ; para las flechas,  $pb^4/D$ ;  
 para los demás valores,  $pb^2$ .

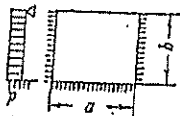


Tabla 5 — Placa rectangular, libremente apoyada en un sólo lado y empotrada en los tres restantes, solicitada por una carga uniformemente distribuida.

	$f$	$X_a$	$X_b$	$M_a$	$M_b$	$R_{11}$	$R_{12}$	$R_b$
0,50	0,00254	-0,0836	-0,0563	0,0409	0,0028	0,254	0,100	0,823
0,55	0,00249	-0,0826	-0,0564	0,0398	0,0041	0,254	0,100	0,736
0,60	0,00242	-0,0813	-0,0566	0,0385	0,0059	0,255	0,099	0,657
0,65	0,00233	-0,0796	-0,0569	0,0370	0,0075	0,257	0,099	0,591
0,70	0,00224	-0,0774	-0,0572	0,0352	0,0091	0,259	0,100	0,535
0,75	0,00215	-0,0748	-0,0571	0,0333	0,0107	0,260	0,100	0,487
0,80	0,00205	-0,0720	-0,0568	0,0313	0,0123	0,261	0,101	0,445
0,85	0,00194	-0,0691	-0,0564	0,0292	0,0139	0,262	0,101	0,408
0,90	0,00183	-0,0660	-0,0560	0,0270	0,0151	0,263	0,102	0,374
0,95	0,00170	-0,0628	-0,0556	0,0249	0,0161	0,264	0,103	0,343
1,00	0,00157	-0,0595	-0,0551	0,0228	0,0167	0,265	0,105	0,315
0,95	0,00180	-0,0626	-0,0559	0,0230	0,0193	0,293	0,120	0,370
0,90	0,00204	-0,0655	-0,0562	0,0231	0,0222	0,325	0,136	0,325
0,85	0,00230	-0,0682	-0,0570	0,0229	0,0251	0,362	0,151	0,330
0,80	0,00257	-0,0705	-0,0773	0,0224	0,0289	0,405	0,175	0,334
0,75	0,00286	-0,0727	-0,0839	0,0214	0,0327	0,456	0,202	0,337
0,70	0,00317	-0,0743	-0,0907	0,0198	0,0365	0,515	0,235	0,340
0,65	0,00350	-0,0755	-0,0978	0,0177	0,0411	0,584	0,274	0,342
0,60	0,00384	-0,0765	-0,1046	0,0153	0,0459	0,662	0,320	0,343
0,55	0,00417	-0,0774	-0,1101	0,0127	0,0492	0,752	0,375	0,344
0,50	0,00450	-0,0782	-0,1140	0,0098	0,0535	0,868	0,442	0,345

Multiplicadores para los datos numéricos:  
 para  $a/b < 1$ ; para las flechas,  $pa^4/D$ ;  
 para los demás valores,  $pa^2$ ;  
 para  $b/a < 1$ ; para las flechas,  $pb^4/D$ ;  
 para los demás valores,  $pb^2$ .



Tabla 6 — Placa rectangular, empotrada en todo el contorno, solicitada por una carga uniformemente distribuida.

	$f$	$X_a$	$X_b$	$M_a$	$M_b$	$R_a$	$R_b$
0,50	0,00251	-0,0826	-0,0560	0,0401	0,0038	0,241	0,759
0,55	0,00245	-0,0806	-0,0561	0,0385	0,0055	0,242	0,667
0,60	0,00235	-0,0784	-0,0562	0,0367	0,0076	0,244	0,589
0,65	0,00222	-0,0759	-0,0565	0,0348	0,0096	0,247	0,522
0,70	0,00209	-0,0731	-0,0563	0,0322	0,0114	0,249	0,466
0,75	0,00197	-0,0698	-0,0564	0,0297	0,0129	0,250	0,417
0,80	0,00184	-0,0661	-0,0558	0,0271	0,0143	0,251	0,374
0,85	0,00170	-0,0620	-0,0550	0,0246	0,0156	0,251	0,337
0,90	0,00158	-0,0580	-0,0540	0,0222	0,0167	0,251	0,305
0,95	0,00142	-0,0543	-0,0527	0,0198	0,0173	0,251	0,276
1,00	0,00127	-0,0511	-0,0511	0,0176	0,0176	0,250	0,250
0,95	0,00142	-0,0527	-0,0543	0,0173	0,0198	0,276	0,251
0,90	0,00156	-0,0540	-0,0560	0,0167	0,0222	0,305	0,251
0,85	0,00170	-0,0550	-0,0620	0,0156	0,0246	0,337	0,251
0,80	0,00184	-0,0558	-0,0661	0,0143	0,0271	0,374	0,251
0,75	0,00197	-0,0564	-0,0698	0,0129	0,0297	0,417	0,250
0,70	0,00209	-0,0568	-0,0731	0,0114	0,0322	0,466	0,249
0,65	0,00222	-0,0565	-0,0759	0,0096	0,0348	0,522	0,247
0,60	0,00235	-0,0562	-0,0784	0,0076	0,0367	0,589	0,244
0,55	0,00245	-0,0561	-0,0806	0,0055	0,0385	0,667	0,242
0,50	0,00251	-0,0560	-0,0826	0,0038	0,0401	0,759	0,241

Multiplicadores para los datos numéricos:  
 para  $a/b < 1$ ; para las flechas,  $pa^4/D$ ;  
 para los demás valores,  $pa^2$ ;  
 para  $b/a < 1$ ; para las flechas,  $pb^4/D$ ;  
 para los demás valores,  $pb^2$ .



TABELA 11

LAJE RETANGULAR, SIMPLEMENTE APOIADA NOS 4 BORDOS, SUJEITA A CARGA TRIANGULAR

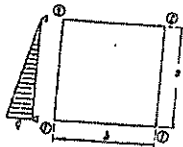


Table with columns for load intensity f, moments Mxa, Mxb, Mxc, Mxd, and maximum deflections fmax, Mmax, Mbmax. Rows correspond to different load parameters (a, b, c, d).

Multiplicadores: para a/b < 1: para flechas qa^4/D; para os momentos qa^3. para b/a < 1: para flechas qb^4/D; para os momentos qb^3.

TABELA 12

LAJE RETANGULAR, SIMPLEMENTE APOIADA EM 3 DOS LADOS E ENGASTADA NO QUARTO, SUJEITA A CARGA TRIANGULAR COM VALOR MAXIMO DO LADO ENGASTADO

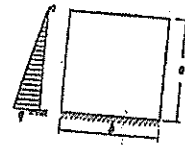


Table similar to Tabela 11 but with an additional column for the fixed edge moment Xa.

Multiplicadores: para a/b < 1: para flechas qa^4/D; para os momentos qa^3. para b/a < 1: para flechas qb^4/D.

TABELA 13

LAJE RETANGULAR, SIMPLEMENTE APOIADA EM 3 BORDOS E ENGASTADA NO QUARTO, SUJEITA A CARGA TRIANGULAR COM VALOR MAXIMO DO LADO ENGASTADO

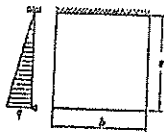


Table similar to Tabela 12 but with an additional column for the fixed edge moment Xa.

Multiplicadores: para a/b < 1: para flechas qa^4/D; para os momentos qa^3. para b/a < 1: para flechas qb^4/D; para os momentos qb^3.

TABELA 14

LAJE RETANGULAR, SIMPLEMENTE APOIADA EM 2 LADOS OPOTOS E ENGASTADA NOS OUTROS, SUJEITA A CARGA TRIANGULAR

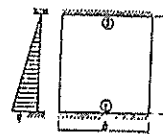


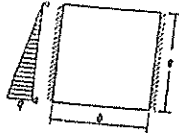
Table with columns for load intensity f, moments Mxa, Mxb, Mxc, Mxd, fixed edge moments Xa1, Xa2, and maximum deflections fmax, Mmax, Mbmax.

Multiplicadores: para a/b < 1: para flechas qa^4/D; para os momentos qa^3. para b/a < 1: para flechas qb^4/D; para os momentos qb^3.



TABELA 15

LAJE RETANGULAR, SIMPLEMENTE APOIADA EM DOIS LADOS OPOSTOS E ENGASTADA NOS OUTROS, SUJEITA A CARGA TRIANGULAR



A-24

Table with 8 columns: f, Xa, Mb, Mx, fmax, Xbmax, Mymax, Mzmax. It contains numerical values for various load ratios (0.50 to 1.00) and slab aspect ratios (a/b).

Multiplificadores:

para a/b < 1: para flechas qa^4/D; para os momentos qa^3

para b/a < 1: para flechas qb^4/D; para os momentos qb^3

TABELA 16

LAJE RETANGULAR, SIMPLEMENTE APOIADA EM UM DOS LADOS E ENGASTADA NOS RESTANTES, SUJEITA A UMA CARGA TRIANGULAR COM VALOR MINIMO DO LADO APOIADO

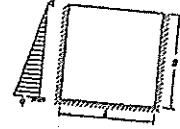


Table with 8 columns: f, Xa, Xb, Mb, Mx, fmax, Xbmax, Mymax, Mzmax. It contains numerical values for various load ratios and slab aspect ratios.

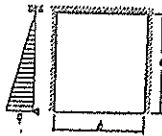
Multiplificadores:

para a/b < 1: para flechas qa^4/D; para os momentos qa^3

para b/a < 1: para flechas qb^4/D; para os momentos qb^3

TABELA 17

LAJE RETANGULAR, SIMPLEMENTE APOIADA EM UM DOS LADOS E ENGASTADA NOS OUTROS TRES, SUJEITA A UMA CARGA TRIANGULAR COM VALOR MAXIMO DO LADO APOIADO



A-25

Table with 8 columns: f, Xa, Xb, Mb, Mx, fmax, Xbmax, Mymax, Mzmax. It contains numerical values for various load ratios and slab aspect ratios.

Multiplificadores:

para a/b < 1: para flechas qa^4/D; para os momentos qa^3

para b/a < 1: para flechas qb^4/D; para os momentos qb^3

TABELA 18

LAJE RETANGULAR, ENGASTADA EM SEU CONTORNO, SUJEITA A CARGA TRIANGULAR

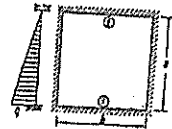


Table with 8 columns: f, Xa, Xb, Xc, Mb, Mx, fmax, Xbmax, Mymax, Mzmax. It contains numerical values for various load ratios and slab aspect ratios.

Multiplificadores:

para a/b < 1: para flechas qa^4/D; para os momentos qa^3

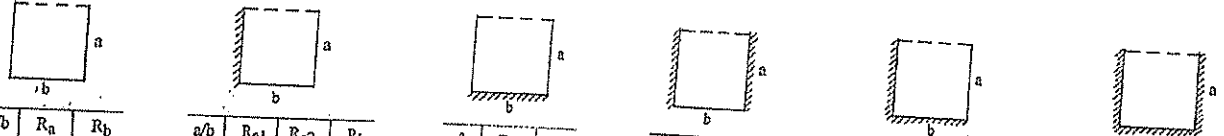
para b/a < 1: para flechas qb^4/D; para os momentos qb^3





LAJE RETANGULAR SOBRE 3 APOIOS COM CARGA DISTRIBUÍDA TOTAL

REAÇÕES DE APOIO



a/b	R <sub>n</sub>	R <sub>b</sub>
0,30	0,0450	0,2100
0,35	0,0613	0,2275
0,40	0,0800	0,2400
0,45	0,1013	0,2475
0,50	0,1250	0,2500
0,55	0,1500	0,2500
0,60	0,1750	0,2500
0,65	0,2000	0,2500
0,70	0,2250	0,2500
0,75	0,2500	0,2500
0,80	0,2750	0,2500
0,85	0,3000	0,2500
0,90	0,3250	0,2500
0,95	0,3500	0,2500
1,00	0,3750	0,2500
1,10	0,4250	0,2500
1,20	0,4750	0,2500
1,30	0,5250	0,2500
1,40	0,5750	0,2500
1,50	0,6250	0,2500
1,75	0,7500	0,2500
2,00	0,8750	0,2500

a/b	R <sub>a1</sub>	R <sub>a2</sub>	R <sub>b</sub>
0,30	0,0779	0,0450	0,1771
0,35	0,1061	0,0613	0,1827
0,40	0,1384	0,0794	0,1822
0,45	0,1702	0,0976	0,1822
0,50	0,2020	0,1158	0,1822
0,55	0,2338	0,1340	0,1822
0,60	0,2656	0,1522	0,1822
0,65	0,2973	0,1705	0,1822
0,70	0,3291	0,1887	0,1822
0,75	0,3609	0,2069	0,1822
0,80	0,3927	0,2251	0,1822
0,85	0,4245	0,2434	0,1822
0,90	0,4562	0,2616	0,1822
0,95	0,4880	0,2798	0,1822
1,00	0,5198	0,2980	0,1822
1,10	0,5834	0,3344	0,1822
1,20	0,6469	0,3709	0,1822
1,30	0,7105	0,4073	0,1822
1,40	0,7740	0,4438	0,1822
1,50	0,8376	0,4802	0,1822
1,75	0,9965	0,5713	0,1822
2,00	1,1554	0,6624	0,1822

a/b	R <sub>n</sub>	R <sub>b</sub>
0,30	0,0260	0,2480
0,35	0,0354	0,2793
0,40	0,0462	0,3076
0,45	0,0585	0,3311
0,50	0,0722	0,3557
0,55	0,0873	0,3754
0,60	0,1039	0,3922
0,65	0,1220	0,4061
0,70	0,1415	0,4171
0,75	0,1624	0,4253
0,80	0,1848	0,4303
0,85	0,2086	0,4329
0,90	0,2335	0,4330
0,95	0,2585	0,4330
1,00	0,2835	0,4330
1,10	0,3335	0,4330
1,20	0,3835	0,4330
1,30	0,4335	0,4330
1,40	0,4835	0,4330
1,50	0,5335	0,4330
1,75	0,6585	0,4330
2,00	0,7835	0,4330

a/b	R <sub>a1</sub>	R <sub>a2</sub>	R <sub>b</sub>
0,30	0,0783	0,1443	
0,35	0,1028	0,1443	
0,40	0,1278	0,1443	
0,45	0,1528	0,1443	
0,50	0,1778	0,1443	
0,55	0,2028	0,1443	
0,60	0,2278	0,1443	
0,65	0,2528	0,1443	
0,70	0,2778	0,1443	
0,75	0,3028	0,1443	
0,80	0,3278	0,1443	
0,85	0,3528	0,1443	
0,90	0,3778	0,1443	
0,95	0,4028	0,1443	
1,00	0,4278	0,1443	
1,10	0,4778	0,1443	
1,20	0,5278	0,1443	
1,30	0,5778	0,1443	
1,40	0,6278	0,1443	
1,50	0,6778	0,1443	
1,75	0,8278	0,1443	
2,00	0,9278	0,1443	

a/b	R <sub>a1</sub>	R <sub>a2</sub>	R <sub>b</sub>
0,30	0,0450	0,0260	0,2290
0,35	0,0612	0,0354	0,2534
0,40	0,0800	0,0462	0,2738
0,45	0,1012	0,0585	0,2903
0,50	0,1250	0,0722	0,3028
0,55	0,1512	0,0873	0,3114
0,60	0,1800	0,1039	0,3161
0,65	0,2111	0,1215	0,3170
0,70	0,2428	0,1402	0,3170
0,75	0,2745	0,1585	0,3170
0,80	0,3062	0,1768	0,3170
0,85	0,3379	0,1951	0,3170
0,90	0,3696	0,2134	0,3170
0,95	0,4013	0,2317	0,3170
1,00	0,4330	0,2500	0,3170
1,10	0,4964	0,2866	0,3170
1,20	0,5598	0,3232	0,3170
1,30	0,6232	0,3598	0,3170
1,40	0,6866	0,3964	0,3170
1,50	0,7500	0,4330	0,3170
1,75	0,9085	0,5245	0,3170
2,00	1,0670	0,6160	0,3170

a/b	R <sub>n</sub>	R <sub>b</sub>
0,30	0,0450	0,2100
0,35	0,0613	0,2275
0,40	0,0800	0,2400
0,45	0,1013	0,2475
0,50	0,1250	0,2500
0,55	0,1500	0,2500
0,60	0,1750	0,2500
0,65	0,2000	0,2500
0,70	0,2250	0,2500
0,75	0,2500	0,2500
0,80	0,2750	0,2500
0,85	0,3000	0,2500
0,90	0,3250	0,2500
0,95	0,3500	0,2500
1,00	0,3750	0,2500
1,10	0,4250	0,2500
1,20	0,4750	0,2500
1,30	0,5250	0,2500
1,40	0,5750	0,2500
1,50	0,6250	0,2500
1,75	0,7500	0,2500
2,00	0,8750	0,2500

Multiplicador para as reações de apoio:  $pb^2$

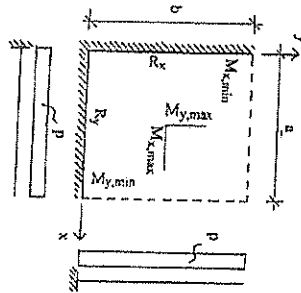
R<sub>n</sub> = reação na borda a    R<sub>b</sub> = reação na borda b    R<sub>a1</sub> = reação na borda engastada a    R<sub>a2</sub> = reação de apoio na borda apoiada a

OBSERVAÇÃO: Para obter a reação de apoio por metro linear, dividir o valor obtido pelo lado respectivo

A-30

Multiplicador para momentos em x:  $pa^2$   
 Multiplicador para momentos em y:  $pb^2$   
 Momentos: R. Beyer, tab. 1.40.  
 Reações: por metro linear de apoio.

a/b	M <sub>x,max</sub>	M <sub>x,min</sub>	M <sub>y,max</sub>	M <sub>y,min</sub>	R <sub>x</sub>	R <sub>y</sub>
0,4	0,0010	-0,454	0,0080	-0,051	0,8000	0,2000
0,5	0,0040	-0,421	0,0113	-0,082	0,7500	0,2500
0,6	0,0139	-0,387	0,0162	-0,115	0,7000	0,3000
0,7	0,0232	-0,346	0,0223	-0,148	0,6500	0,3500
0,8	0,0287	-0,306	0,0284	-0,180	0,6000	0,4000
0,9	0,0310	-0,267	0,0309	-0,205	0,5500	0,4500
1,0	0,0320	-0,235	0,0320	-0,225	0,5000	0,5000
1,1	0,0314	-0,208	0,0315	-0,245	0,4500	0,5500
1,2	0,0297	-0,188	0,0300	-0,260	0,4167	0,5833
1,3	0,0271	-0,169	0,0274	-0,270	0,3846	0,6154
1,4	0,0232	-0,154	0,0242	-0,270	0,3571	0,6429
1,5	0,0202	-0,139	0,0208	-0,269	0,3333	0,6667
1,6	0,0174	-0,125	0,0168	-0,266	0,3125	0,6875
1,7	0,0155	-0,113	0,0125	-0,259	0,2941	0,7059
1,8	0,0137	-0,102	0,0092	-0,250	0,2778	0,7222
1,9	0,0124	-0,091	0,0067	-0,241	0,2632	0,7388
2,0	0,0113	-0,082	0,0040	-0,241	0,2500	0,7500
2,1	0,0104	-0,075	0,0031	-0,239	0,2381	0,7619
2,2	0,0096	-0,069	0,0023	-0,236	0,2273	0,7717
2,3	0,0089	-0,065	0,0017	-0,234	0,2174	0,7826
2,4	0,0083	-0,065	0,0011	-0,234	0,2083	0,7917
2,5	0,0080	-0,061	0,0010	-0,234	0,2000	0,8000



LAJE COM DUAS BORDAS CONCORRENTES ENGASTADAS E AS OUTRAS LIVRES COM CARGA DISTRIBUÍDA TOTAL

A-31

FLExÃO NORMAL SIMPLES - ESTADO LIMITE ÚLTIMO  
VALORES DE  $k_c$  E  $k_s$

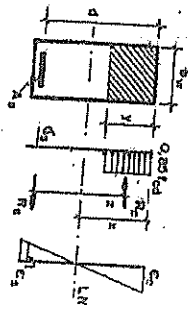
UNIDADES KN, cm

$\beta_x = x/d$	$k_c = b_w d^2 / M_{Su}$ Para concretos com $f_{cd}$ (MPa)				$k_s$ Para epos			
	20	25	30	35	40	CA-25	CA-50	CA-60
0,02	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9	0,046	0,023	0,019
0,04	26,1	20,9	17,4	14,9	13,1	0,047	0,023	0,019
0,06	17,6	14,1	11,7	10,0	8,8	0,047	0,024	0,020
0,08	13,3	10,6	8,9	10,6	6,6	0,048	0,024	0,020
0,10	10,7	8,6	7,1	6,1	5,4	0,048	0,024	0,020
0,12	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	0,048	0,024	0,020
0,14	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	0,049	0,024	0,020
0,16	6,9	5,5	4,6	3,9	3,4	0,049	0,024	0,020
0,18	6,2	4,9	4,1	3,5	3,1	0,050	0,025	0,021
0,20	5,6	4,5	3,7	3,2	2,8	0,050	0,025	0,021
0,22	5,1	4,1	3,4	2,9	2,6	0,050	0,025	0,021
0,24	4,7	3,8	3,2	2,7	2,4	0,051	0,025	0,021
0,26	4,4	3,5	2,9	2,5	2,2	0,051	0,025	0,021
0,28	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	0,052	0,026	0,022
0,30	3,9	3,1	2,6	2,2	1,9	0,052	0,026	0,022
0,32	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	0,053	0,026	0,022
0,34	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	0,053	0,027	0,022
0,36	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	0,054	0,027	0,022
0,38	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	0,054	0,027	0,022
0,40	2,9	2,5	2,0	1,8	1,5	0,055	0,027	0,023
0,42	2,8	2,3	1,9	1,7	1,5	0,055	0,028	0,023
0,44	2,8	2,3	1,9	1,6	1,5	0,055	0,028	0,023
0,46	2,8	2,2	1,8	1,6	1,5	0,055	0,028	0,023
0,48	2,6	2,1	1,8	1,6	1,5	0,057	0,028	0,023
0,50	2,6	2,1	1,8	1,5	1,5	0,057	0,028	0,023
0,52	2,6	2,1	1,7	1,5	1,5	0,057	0,028	0,023
0,54						0,057	0,029	
0,56								
0,58								
0,60								
0,62								
0,64								
0,66								
0,68								
0,70								
0,72								
0,74								
0,76								
0,77								
0,78								

Observação:

Para  $\gamma_c \neq 1,4$  multiplicar  $b_w$  por  $1,4/\gamma_c$  antes de usar a tabela.

A-32



$y = 0,8x$

$z = d - y/2$

$M_{Sd} = b_w z d^2 / k_c$

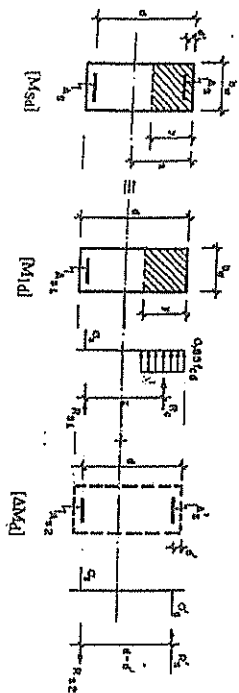
$A_s = k_s M_{Sd} / d$

$\gamma_c = 1,4$

$\gamma_s = 1,15$

FLExÃO NORMAL SIMPLES - ESTADO LIMITE ÚLTIMO

UNIDADES KN, cm



$M_{Sd} = M_{1d} + \Delta M_{1d}$

$A_s = A_{s1} + A_{s2}$

$M_{1d}$  = momento resistido pela seção com armadura simples

$A_{s1} = k_c M_{1d} / d$

$A_{s2} = k_{s2} \Delta M_{1d} / (d - d')$

$\gamma_s = 1,15$

$A_{s3} = k_{s3} M_{1d} / d + k_{s3} \Delta M_{1d} / (d - d')$

$A_{s3} = k_{s3} \Delta M_{1d} / (d - d')$

VALORES DE  $k_{s2}$

$\beta_x = x/d$	CA-25	CA-50	CA-60
$\leq \beta_{lim}$	0,046	0,023	0,019

VALORES DE  $k_{s3}$

$\beta_x = x/d$	CA-25				CA-50				CA-60					
	Para valores de $\eta$				Para valores de $\eta$				Para valores de $\eta$					
	0,05	0,08	0,10	0,12	0,05	0,08	0,10	0,12	0,15	0,05	0,08	0,10	0,12	0,15
0,28	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,024	0,029	0,022	0,023	0,024	0,025	0,029
0,30	0,046	0,045	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,024	0,027	0,022	0,023	0,024	0,024	0,026
0,32	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,026	0,022	0,022	0,023	0,024	0,024	0,026
0,34	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,026	0,022	0,022	0,023	0,023	0,023	0,025
0,36	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,024	0,021	0,021	0,022	0,023	0,023	0,024
0,38	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,023	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024
0,40	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,023	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024
0,42	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,023	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024
0,44	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,023	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024
0,46	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,023	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024
0,48	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,023	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024
0,50	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,023	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024
0,60	0,046	0,046	0,046	0,046	0,023	0,023	0,023	0,023	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024
0,62														
0,70														
0,77														
0,78														

A-33

ÁREA DA SEÇÃO DE ARMADURA PARA BARRAS (cm<sup>2</sup>)

DIÂMETRO φ (mm)	MASSA LINEAR kg/m	NÚMERO DE BARRAS							
		1	2	3	4	5	6	7	8
5,0	0,16	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60
6,3	0,25	0,32	0,63	0,95	1,25	1,58	1,89	2,20	2,52
8,0	0,40	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
10,0	0,63	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40
12,5	1,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00
16,0	1,60	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00
20,0	2,50	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20
22,0	3,00	3,80	7,60	11,40	15,20	19,00	22,80	26,60	30,40
25,0	4,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00
32,0	6,30	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00
40,0	10,00	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00

ÁREA DA SEÇÃO DE ARMADURA PARA FIOS (cm<sup>2</sup>)

DIÂMETRO φ (mm)	MASSA LINEAR kg/m	NÚMERO DE BARRAS							
		1	2	3	4	5	6	7	8
2,4	0,036	0,045	0,090	0,135	0,180	0,225	0,270	0,315	0,360
3,4	0,071	0,091	0,182	0,273	0,364	0,455	0,546	0,637	0,728
3,8	0,089	0,113	0,226	0,339	0,452	0,565	0,678	0,791	0,904
4,2	0,109	0,139	0,278	0,417	0,556	0,695	0,834	0,973	1,112
4,6	0,130	0,166	0,332	0,498	0,664	0,830	0,996	1,162	1,328
5,0	0,154	0,196	0,392	0,588	0,784	0,980	1,176	1,372	1,568
6,0	0,187	0,238	0,476	0,714	0,952	1,190	1,428	1,666	1,904
6,4	0,222	0,283	0,566	0,849	1,132	1,415	1,698	1,981	2,264
7,0	0,253	0,322	0,644	0,966	1,288	1,610	1,932	2,254	2,576
8,0	0,302	0,385	0,770	1,155	1,540	1,925	2,310	2,695	3,080
9,5	0,395	0,503	1,006	1,509	2,012	2,515	3,018	3,521	4,024
10,0	0,558	0,709	1,418	2,127	2,836	3,545	4,254	4,963	5,672
10,0	0,617	0,785	1,570	2,355	3,140	3,925	4,710	5,495	6,280

ARMADURAS PARA LAJES (cm<sup>2</sup>/m)

s (cm)	BARRAS					FIOS				
	5,0 (mm)	6,3 (mm)	8,0 (mm)	10,0 (mm)	12,5 (mm)	5,0 (mm)	5,5 (mm)	6,0 (mm)	6,4 (mm)	7,0 (mm)
5	4,00	6,40	10,00	16,00	25,00	3,94	4,76	5,66	6,44	7,70
6	3,33	5,33	8,33	13,33	20,83	3,28	3,97	4,72	5,37	6,41
7	2,86	4,57	7,14	11,43	17,86	2,81	3,40	4,04	4,60	5,50
8	2,22	4,00	6,25	10,00	15,62	2,46	2,97	3,54	4,02	4,81
9	2,00	3,20	5,00	8,89	13,89	2,19	2,64	3,14	3,58	4,28
10	1,82	2,91	4,53	8,00	12,50	1,97	2,38	2,83	3,22	3,85
11	1,67	2,67	4,17	7,27	11,36	1,79	2,16	2,57	2,93	3,50
12	1,54	2,46	3,85	6,15	10,42	1,64	1,98	2,36	2,68	3,21
13	1,43	2,29	3,57	5,71	9,61	1,52	1,83	2,18	2,48	2,96
14	1,33	2,13	3,33	5,33	8,93	1,41	1,70	2,02	2,30	2,75
15	1,25	2,00	3,12	5,00	8,33	1,31	1,58	1,89	2,14	2,57
16	1,18	1,88	2,94	4,70	7,81	1,23	1,49	1,77	2,01	2,40
17	1,11	1,78	2,78	4,44	7,35	1,16	1,40	1,66	1,89	2,26
18	1,05	1,68	2,63	4,21	6,94	1,09	1,32	1,57	1,79	2,14
19	1,00	1,60	2,50	4,00	6,58	1,04	1,25	1,49	1,69	2,02
20	0,95	1,52	2,38	3,81	6,25	0,98	1,19	1,41	1,61	1,92
21	0,91	1,45	2,27	3,64	5,95	0,94	1,13	1,35	1,53	1,83
22	0,87	1,39	2,17	3,48	5,68	0,90	1,08	1,29	1,46	1,75
23	0,83	1,33	2,08	3,33	5,43	0,86	1,03	1,23	1,40	1,67
24	0,80	1,28	2,00	3,20	5,21	0,82	0,99	1,18	1,34	1,60
25	0,80	1,28	2,00	3,20	5,00	0,79	0,95	1,13	1,29	1,54
26	0,77	1,23	1,92	3,08	4,81	0,76	0,91	1,09	1,24	1,48
27	0,74	1,18	1,85	2,96	4,63	0,73	0,88	1,05	1,19	1,42
28	0,71	1,14	1,79	2,86	4,46	0,70	0,85	1,01	1,15	1,37
29	0,69	1,10	1,72	2,76	4,31	0,68	0,82	0,98	1,11	1,33
30	0,67	1,07	1,67	2,67	4,17	0,65	0,79	0,94	1,07	1,28
31	0,65	1,03	1,61	2,58	4,03	0,63	0,77	0,91	1,04	1,24
32	0,63	1,00	1,56	2,50	3,90	0,61	0,74	0,88	1,00	1,20
33	0,61	0,97	1,51	2,42	3,79	0,59	0,72	0,86	0,97	1,16

AREA DE ARMADURA PARA ESTRIOS DE 2 RAMOS (cm<sup>2</sup>/m)

BARRAS

5	8,00	12,60	20,00	32,00	50,00
6	6,67	10,50	16,67	26,67	41,67
7	5,71	9,00	14,28	22,86	35,71
8	5,00	7,87	12,50	20,00	31,25
9	4,44	7,00	11,11	17,78	27,78
10	4,00	6,30	10,00	16,00	25,00
11	3,64	5,73	9,09	14,54	22,73
12	3,33	5,25	8,33	13,33	20,83
13	3,08	4,85	7,69	12,31	19,23
14	2,86	4,50	7,14	11,43	17,86
15	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67
16	2,50	3,94	6,25	10,00	15,62
17	2,35	3,70	5,88	9,41	14,70
18	2,22	3,50	5,55	8,89	13,89
19	2,10	3,31	5,26	8,42	13,16
20	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50
21	1,90	3,00	4,76	7,62	11,90
22	1,82	2,86	4,54	7,27	11,36
23	1,74	2,74	4,35	6,96	10,86
24	1,67	2,62	4,17	6,66	10,42
25	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00
26	1,54	2,42	3,85	6,15	9,62
27	1,48	2,33	3,70	5,92	9,26
28	1,43	2,25	3,57	5,71	8,93
29	1,38	2,17	3,45	5,52	8,62
30	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33

FIOS

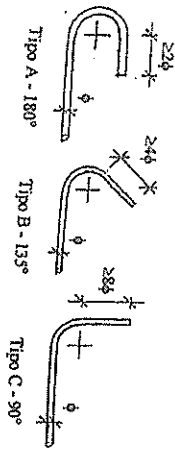
5	7,84	9,52	11,32	12,88	15,40
6	6,53	7,93	9,43	10,73	12,83
7	5,60	6,80	8,09	9,20	11,00
8	4,90	5,95	7,08	8,05	9,62
9	4,35	5,29	6,29	7,15	8,55
10	3,92	4,76	5,66	6,44	7,70
11	3,56	4,33	5,14	5,85	7,00
12	3,27	3,97	4,72	5,37	6,42
13	3,01	3,66	4,35	4,95	5,92
14	2,80	3,40	4,04	4,60	5,50
15	2,61	3,17	3,77	4,29	5,07
16	2,45	2,97	3,54	4,02	4,81
17	2,30	2,80	3,33	3,79	4,53
18	2,18	2,64	3,14	3,58	4,28
19	2,06	2,50	2,98	3,39	4,05
20	1,96	2,38	2,83	3,22	3,85
21	1,87	2,27	2,69	3,07	3,66
22	1,78	2,16	2,57	2,93	3,50
23	1,70	2,07	2,46	2,80	3,35
24	1,63	1,98	2,36	2,68	3,21
25	1,57	1,90	2,26	2,58	3,08
26	1,51	1,83	2,18	2,48	2,96
27	1,45	1,76	2,10	2,38	2,85
28	1,40	1,70	2,02	2,30	2,75
29	1,35	1,64	1,95	2,22	2,65
30	1,31	1,59	1,87	2,15	2,57

TELAS SOLDADAS NERVURADAS PARA ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO

SERIE	DESCRIPCION	ESPAÑAMIENTO ENTRE FIOS (cm)	LONGITUDINAL	TRANSVERSAL	ESPESOR (mm)	TRANSVERSAL	ESPESOR (mm)	APLICACION	LARGO (m)	ANCHO (m)	PERO	
51	Q 61	15	15	34	34	0,51	0,51	PAVIL.	2,45	6,00	10,87	19,84
52	Q 92	15	15	42	42	0,52	0,52	PAVIL.	2,45	6,00	12,7	26,4
53	Y 12	30	15	42	42	0,53	0,53	PAVIL.	2,45	6,00	14,8	35,7
113	O 113	10	10	38	38	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	11,2	22,8
113	L 113	10	10	38	38	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	11,2	22,8
113	T 113	30	10	38	38	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	14,7	28,1
113	O 133	10	10	42	42	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	12,7	26,4
113	L 133	10	10	42	42	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	12,7	26,4
113	T 133	30	10	42	42	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	14,7	28,1
133	O 133	10	10	42	42	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	12,7	26,4
133	L 133	10	10	42	42	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	12,7	26,4
133	T 133	30	10	42	42	0,46	0,46	PAVIL.	2,45	6,00	14,7	28,1
153	O 153	10	10	45	45	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	13,1	27,1
153	L 153	10	10	45	45	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	13,1	27,1
153	T 153	30	10	45	45	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	14,9	29,8
153	O 153	10	10	50	50	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	15,0	30,7
153	L 153	10	10	50	50	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	15,0	30,7
153	T 153	30	10	50	50	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	17,0	34,4
193	O 193	10	10	56	56	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	16,2	33,5
193	L 193	10	10	56	56	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	16,2	33,5
193	T 193	30	10	56	56	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	18,2	37,2
243	O 243	10	10	60	60	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	17,1	34,0
243	L 243	10	10	60	60	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	17,1	34,0
243	T 243	30	10	60	60	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	19,1	37,7
283	O 283	10	10	60	60	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	17,1	34,0
283	L 283	10	10	60	60	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	17,1	34,0
283	T 283	30	10	60	60	0,45	0,45	PAVIL.	2,45	6,00	19,1	37,7
333	O 333	15	15	80	80	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	23,9	48,9
333	L 333	15	15	80	80	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	23,9	48,9
333	T 333	30	15	80	80	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	27,9	58,1
383	O 383	10	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	20,9	43,9
383	L 383	10	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	20,9	43,9
383	T 383	30	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	24,9	51,9
433	O 433	10	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	20,9	43,9
433	L 433	10	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	20,9	43,9
433	T 433	30	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	24,9	51,9
533	O 533	15	15	80	80	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	23,9	48,9
533	L 533	15	15	80	80	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	23,9	48,9
533	T 533	30	15	80	80	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	27,9	58,1
633	O 633	10	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	20,9	43,9
633	L 633	10	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	20,9	43,9
633	T 633	30	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	24,9	51,9
733	O 733	10	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	20,9	43,9
733	L 733	10	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	20,9	43,9
733	T 733	30	10	71	71	0,35	0,35	PAVIL.	2,45	6,00	24,9	51,9
1271	LA 1271	10	30	125	71	127	72	PAVIL.	2,45	6,00	10,87	19,84

Otras medidas sob consulta

COMPRIMENTO DE 2 GANCHOS (cm)



Gancho de 180° Gancho de 135°

BARBAS

φ (mm)	CA-25		CA-50	
	180°	135°	180°	90°
5,0	7	9	10	10
6,3	9	12	13	13
8,0	12	14	16	16
10,0	15	17	20	20
12,5	19	23	25	25
16,0	24	28	32	32
20,0	35	47	48	48
22,0	40	52	53	53
25,0	45	59	60	60

FIOS

φ (mm)	CA-60	
	180°	90°
4,2	8	9
4,6	9	10
5,0	10	11
5,5	11	12
6,0	12	13
6,4	13	14
7,0	14	15
8,0	16	17
9,5	19	20
10,0	20	21

ESTRIBOS

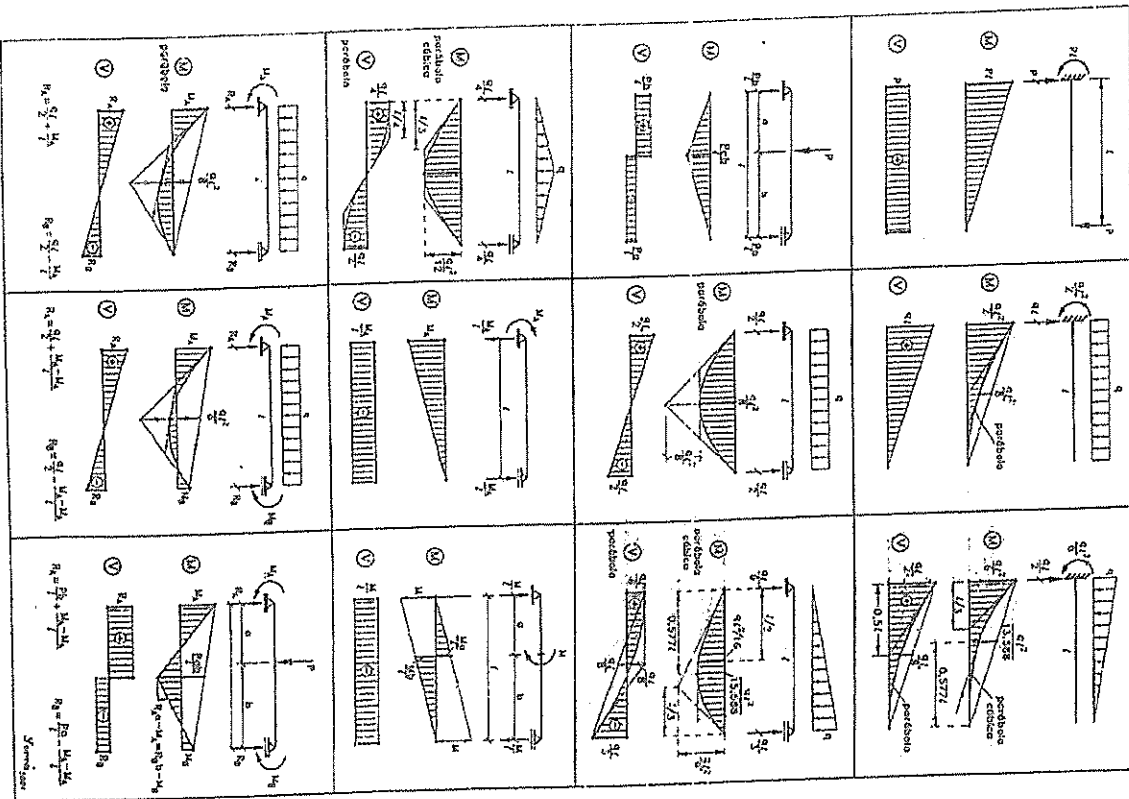
φ (mm)	CA-25/50/60	
	180°	135°
5,0	15	13
5,5	15	13
6,0	15	13
6,3/6,4	16	14
7,0	16	14
8,0	17	15
9,5	18	15
10,0	19	16

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM BÁSICO RETO  $l_b$  (cm)  
SITUAÇÃO DE BOA ADERÊNCIA

$f_{ct}$ (MPa)	CA-25		CA-50		CA-60	
	$\eta_b = 1,0$	$\eta_b = 1,5$	$\eta_b = 1,5$	$\eta_b = 1,2$		
20	49φ	44φ	44φ	84φ		
25	42φ	38φ	38φ	73φ		
30	38φ	33φ	33φ	64φ		
35	34φ	30φ	30φ	58φ		
40	31φ	28φ	28φ	53φ		

Em situação de má aderência, esses comprimentos devem ser multiplicados por 1,45.  
Comprimento de ancoragem necessário reto com gancho: multiplicar os valores cima por 0,7.  
 $l_b = (f_y/f_{ct}) \cdot (f_y/f_{ct})$  com  $f_y = f_y/k_s$ ,  $f_{ct} = \eta_b \cdot \eta_c \cdot f_{ct}$  e  $f_{ct} = 0,15 \cdot (f_c)^{2/3}$  em MPa  
 $\eta_1 = 1,0$  p/ CA-25; 1,4 p/ CA-50; 2,25 p/ CA-60;  $\eta_2 = 1,0$  p/ boa aderência;  $\eta_3 = 1,0$  p/  $\phi \leq 32$  mm.  
 $\eta_4 = 1,4$  e  $\eta_5 = 1,15$

Vigas Simples - Formulário





ELÁSTICAS DE VIGAS DE SEÇÃO CONSTANTE

Tipos de viga e carregamento	Linha elástica	Flecha máxima	Rotação nas extremidades	Equação da linha elástica
		$V_{max} = \frac{PL^3}{3EI}$	$\theta_A = \frac{PL^2}{2EI}$ $\theta_B = \text{zero}$	$v = \frac{Px^2}{6EI} (3L - x)$
		$V_{max} = \frac{qL^4}{8EI}$	$\theta_A = \frac{qL^3}{6EI}$ $\theta_B = \text{zero}$	$v = \frac{qx^2}{24EI} (x^2 - 4Lx + 6L^2)$ $+ 5Lx^2 - x^3$
		$V_{max} = \frac{PL^3}{48EI}$	$\theta_A = -\theta_B = \frac{PL^2}{16EI}$	$v = \frac{Px^2}{48EI} (3L^2 - 4x^2)$  <small>para x = l/2</small>
		$V_{max} = \frac{Pb^2(L-a)^2}{9\sqrt{3}EI}$ $x_m = \sqrt{\frac{L^2 - a^2}{3}}$	$\theta_A = +\frac{Pb(L^2 - b^2)}{6EI}$ $\theta_B = -\frac{Pa(L^2 - a^2)}{6EI}$	<small>para x = a</small> $v = \frac{Pbx}{6EI} (L^2 - b^2 - x^2)$ <small>para x = b</small> $v = \frac{Pax}{6EI} (L^2 - a^2 - x^2)$
		$V_{max} = \frac{5qL^4}{384EI}$	$\theta_A = -\theta_B = \frac{qL^3}{24EI}$	$v = \frac{qx}{24EI} (x^3 - 2Lx^2 + L^3)$
		$V_{max} = \frac{qL^4}{384EI}$	$\theta_A = +\frac{7qL^3}{360EI}$ $\theta_B = -\frac{qL^3}{45EI}$	$v = \frac{qx}{360EI} (3x^4 - 10Lx^3 + 7L^2x^2 + 7L^3)$
		$V_{max} = \frac{qL^4}{384EI}$	$\theta_A = +\frac{ML}{3EI}$ $\theta_B = -\frac{ML}{6EI}$	$v = \frac{Mx}{6EI} (x^2 - 3Lx + 2L^2)$
		$V_{max} = \frac{qL^4}{384EI}$	$\theta_A = +\frac{7qL^3}{360EI}$ $\theta_B = -\frac{qL^3}{45EI}$	$v = \frac{qx}{360EI} (3x^4 - 10Lx^3 + 7L^2x^2 + 7L^3)$
		$V_{max} = \frac{qL^4}{384EI}$	$\theta_A = +\frac{7qL^3}{360EI}$ $\theta_B = -\frac{qL^3}{45EI}$	$v = \frac{qx}{360EI} (3x^4 - 10Lx^3 + 7L^2x^2 + 7L^3)$
		$V_{max} = \frac{qL^4}{384EI}$	$\theta_A = +\frac{7qL^3}{360EI}$ $\theta_B = -\frac{qL^3}{45EI}$	$v = \frac{qx}{360EI} (3x^4 - 10Lx^3 + 7L^2x^2 + 7L^3)$
		$V_{max} = \frac{qL^4}{384EI}$	$\theta_A = +\frac{7qL^3}{360EI}$ $\theta_B = -\frac{qL^3}{45EI}$	$v = \frac{qx}{360EI} (3x^4 - 10Lx^3 + 7L^2x^2 + 7L^3)$

A-40

MOMENTOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO EM BARRAS PRISMÁTICAS (EI = cto) - CONVENÇÃO DE GRINTER

l = vão da barra	$M_{AB}$	$M_{BA}$	l = vão da barra	$M'_{AB}$	l = vão da barra	$M''_{BA}$
	$+\frac{ql^2}{12}$	$-\frac{ql^2}{12}$		$+\frac{qal}{2}$		$-\frac{ql^2}{8}$
	$+\frac{Pa^2b}{l^2}$	$-\frac{Pa^2b}{l^2}$		$+\frac{Pab}{2} \frac{l-3b}{l^2}$		$-\frac{Pab}{2} \frac{l+a}{l^2}$
	$+\frac{Mb}{l^2} (3b-2l)$	$-\frac{Ma}{l^2} (2l-3a)$		$+\frac{M}{2l^2} (3b^2 - l^2)$		$-\frac{M}{2l^2} (l^2 - 3a^2)$
	$+\frac{ql^2}{30}$	$-\frac{ql^2}{20}$		$+\frac{7ql^2}{120}$		$-\frac{ql^2}{15}$
	$+\frac{9a^2}{12l^2} (6l^2 - 8la + 3a^2)$	$-\frac{9a^2}{12l^2} (4l - 3a)$		$+\frac{9a^2}{8l^2} (2l-a)^2$		$-\frac{9a^2}{8l^2} (2l^2 - a^2)$
	$+\frac{9a^2}{50l^2} (10l^2 - 15la + 6a^2)$	$-\frac{9a^2}{20l^2} (5l - 4a)$		$+\frac{9a^2}{120l^2} (40l^2 - 45la + 12a^2)$		$-\frac{9a^2}{30l^2} (5l^2 - 3a^2)$
	$+\frac{6EI\delta}{l^2}$	$+\frac{6EI\delta}{l^2}$		$+\frac{3EI\delta}{l^2}$		$+\frac{3EI\delta}{l^2}$
	$+\frac{4EI\phi}{l}$	$+\frac{2EI\phi}{l}$		$+\frac{3EI\phi}{l}$		$+\frac{3EI\phi}{l}$
	$+\frac{EI}{h} \alpha_1 \Delta_1$	$-\frac{EI}{h} \alpha_1 \Delta_1$		$+\frac{3EI}{2h} \alpha_1 \Delta_1$		$-\frac{3EI}{2h} \alpha_1 \Delta_1$

A-41

