

Peças Comprimidas

5.1 INTRODUÇÃO

Denomina-se coluna uma peça vertical sujeita à compressão centrada. Peças comprimidas axialmente são encontradas em componentes de treliças, sistemas de travejamento e em pilares de sistemas contraventados de edifícios com ligações rotuladas (ver Figs. 1.30b e 1.31b).

Ao contrário do esforço de tração, que tende a retificar as peças reduzindo o efeito de curvaturas iniciais existentes, o esforço de compressão tende a acentuar esse efeito. Os deslocamentos laterais produzidos compõem o processo conhecido por *flambagem por flexão* (Fig. 5.1a) que, em geral, reduz a capacidade de carga da peça em relação ao caso da peça tracionada. As peças comprimidas podem ser constituídas de seção simples ou de seção múltipla, conforme ilustram as Figs. 5.1b e 5.1c. As peças múltiplas podem estar justapostas (Fig. 5.1c) ou afastadas e ligadas por treliçados ao longo do comprimento.

As chapas componentes de um perfil comprimido podem estar sujeitas à *flambagem local*, que é uma instabilidade caracterizada pelo aparecimento de deslocamentos transversais à chapa, na forma de ondulações. A ocorrência de flambagem local depende da esbelteza da chapa b/t (Fig. 5.1b).

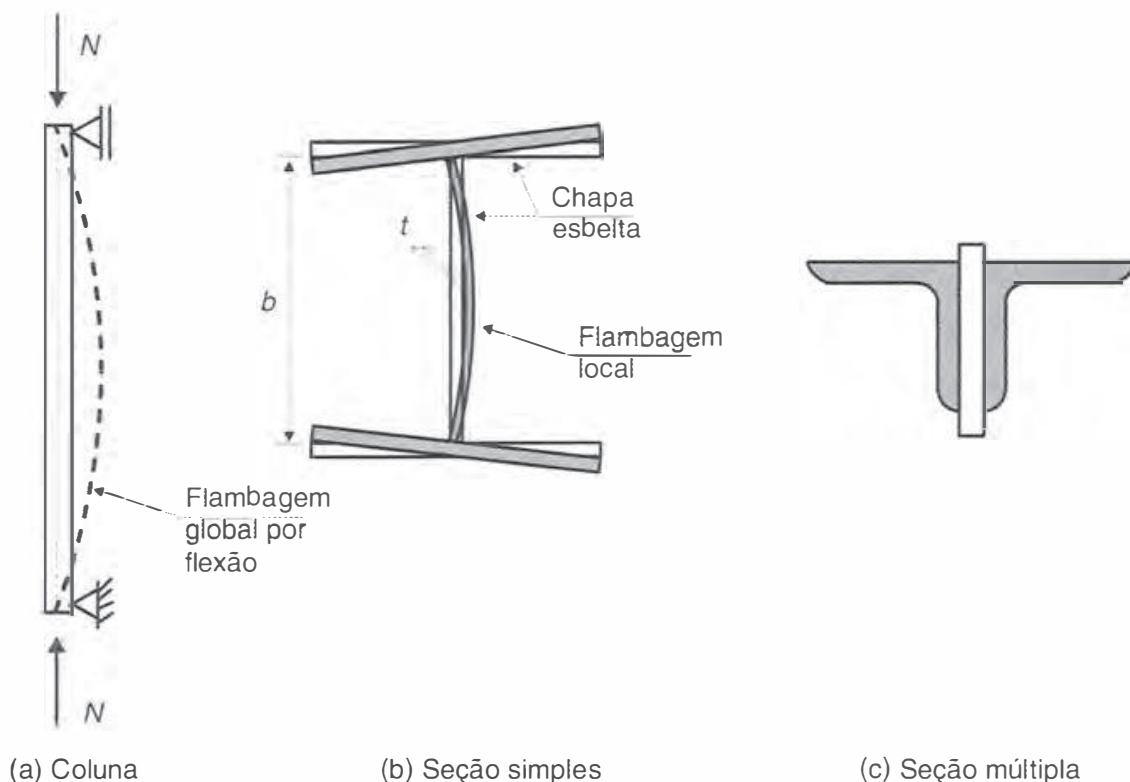


Fig. 5.1 Colunas de seção simples e de seção múltipla.

Este capítulo apresenta o critério de dimensionamento de peças em compressão simples, considerando os efeitos de flambagem por flexão e de flambagem local, em peças de seção simples e de seção múltipla. As hastes submetidas à flexocompressão são tratadas no Cap. 7.

5.2 | FLAMBAGEM POR FLEXÃO

Os primeiros resultados teóricos sobre instabilidade foram obtidos pelo matemático suíço Leonhardt Euler (1707-1783), que investigou o equilíbrio de uma coluna comprimida na posição deformada com deslocamentos laterais. O resultado obtido está ilustrado pelas duas retas identificadas na Fig. 5.2d por coluna idealmente perfeita, já que este é válido para as seguintes condições:

- Coluna isenta de imperfeições geométricas e tensões residuais
- Material de comportamento elástico linear
- Carga perfeitamente centrada.

Nestas condições, a coluna inicialmente reta mantém-se com deslocamentos laterais nulos ($\delta = 0$) até a carga atingir a carga crítica ou carga de Euler dada por (Gere e Timoshenko, 1994):

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2} \quad (5.1)$$

A partir desta carga não é mais possível o equilíbrio na configuração retilínea. Aparecem então deslocamentos laterais, e a coluna fica sujeita à flexocompressão. Em função da hipótese de pequenos deslocamentos e rotações, ficou indeterminada a função carga N versus deslocamento δ para $N > N_{cr}$, e por isso o aparecimento dos deslocamentos é representado na Fig. 5.2d por uma linha tracejada horizontal.

Dividindo-se a carga crítica pela área A da seção reta da haste, obtém-se a tensão crítica

$$f_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{A\ell^2} = \frac{\pi^2 E}{(\ell/i)^2} \quad (5.2)$$

onde $\ell/i =$ índice de esbeltez da haste

$i = \sqrt{I/A}$, raio de giração da seção, em relação ao eixo de flambagem.

As colunas reais possuem imperfeições geométricas, tais como desvios de retilinidade, oriundas dos processos de fabricação e nem sempre pode-se garantir na prática a perfeita centralização do carregamento. Nas Figs. 5.2b e 5.2c estão mostrados os casos de coluna com imperfeição geométrica (δ_0) e de coluna com excentricidade de carga (e_0). Nestes casos o processo de flambagem ocorre com a flexão da haste desde o início do carregamento como indica a curva 1 da Fig. 5.2d.

O esforço normal N em uma coluna com imperfeição geométrica representada por δ_0 produz uma excentricidade adicional δ , chegando-se a uma flecha total δ_i , que, em regime elástico de tensões, é expressa por (Gere & Timoshenko, 1994):

$$\delta_i = \frac{\delta_0}{1 - N/N_{cr}} \quad (5.3)$$

O gráfico $N \times \delta_i$ da Eq. (5.3) corresponde à curva 1 da Fig. 5.2d. A evolução das tensões normais na seção mais solicitada de uma coluna de seção H em flambagem em torno do eixo Y está ilustrada na Fig. 5.2e. Para a coluna imperfeita de material elástico (curva 1) observa-se

a ocorrência de flexocompressão em toda a extensão do caminho de equilíbrio com as tensões máximas na seção dadas por

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{N \delta_t}{W} \tag{5.4}$$

onde $N\delta_t$ representa o momento fletor atuante na seção do meio do vão, e W é o módulo elástico a flexão [ver Eq. (6.1) e Fig. 6.5]. Se o material da coluna for elastoplástico, a máxima tensão solicitante obtida com a Eq. (5.4) atinge a tensão de escoamento f_y no ponto E da Fig. 5.2d, e a coluna experimenta uma redução de rigidez devido à plastificação progressiva da seção mais solicitada, passando a seguir o caminho da curva 2. No ponto F , a coluna atinge sua resistência pela plastificação total da seção central.

As colunas fabricadas em aço, além de possuírem imperfeições geométricas, estão sujeitas, previamente à ação do carregamento (ponto B da Fig. 5.2d), a tensões oriundas dos processos de fabricação, denominadas tensões residuais σ_r (ver Seção 1.8). Essas tensões se somam às

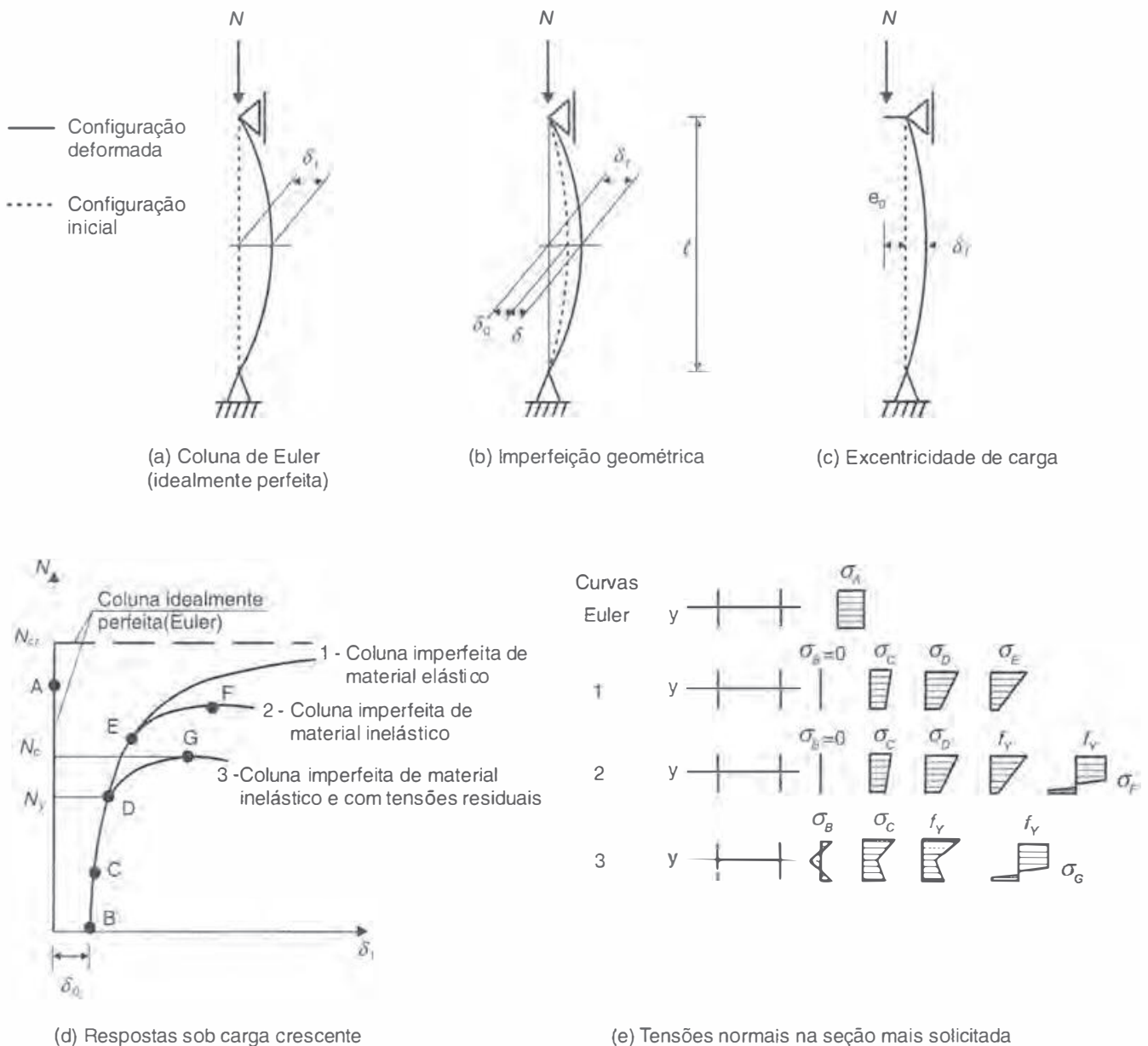


Fig. 5.2 Comportamento de colunas sob cargas crescentes. Efeitos da imperfeição geométrica inicial, da excentricidade de carga, e das tensões residuais.

tensões devidas ao carregamento, induzindo o início da plastificação sob ação da carga N_y correspondente ao ponto D da Fig. 5.2d; a coluna passa, então, a seguir o caminho da curva 3 atingindo sua resistência sob ação da carga N_c no ponto G (ver também a evolução das tensões normais na seção central na Fig. 5.2e).

A carga N_c é denominada carga última ou resistente e, como se observa na Fig. 5.2d, pode ser bem menor do que a carga crítica (N_{cr}) da coluna de Euler correspondente. A tensão última nominal f_c é obtida admitindo-se somente a ação do esforço normal N_c (sem flexão) na seção transversal de área A :

$$f_c = \frac{N_c}{A} \quad (5.5)$$

Assim como a tensão crítica f_{cr} [Eq. (5.2)], a tensão última f_c também depende da esbeltez ℓ/i da coluna em torno do eixo em que se dá a flambagem, como mostra a Fig. 5.3. Quanto mais esbelta a coluna, mais deformável será seu comportamento e menor será a tensão última.

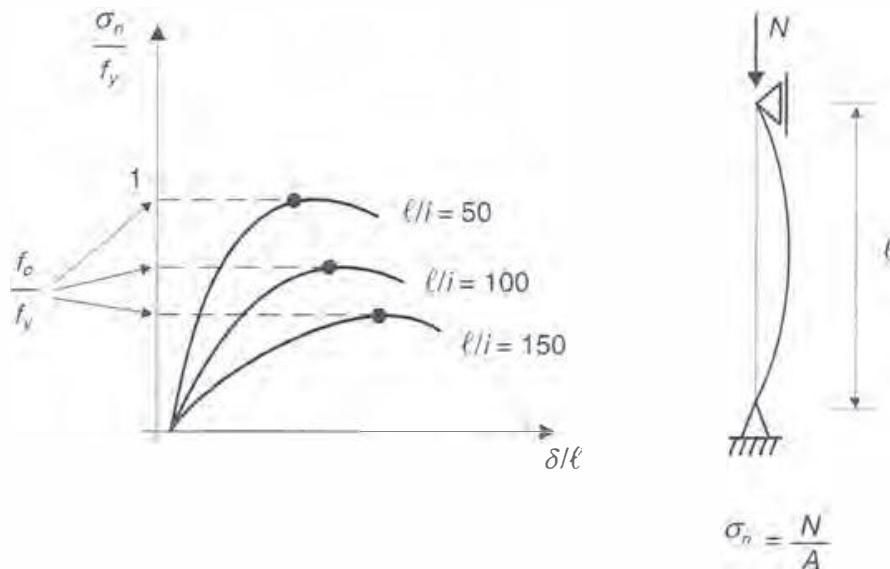


Fig. 5.3 Comportamento de colunas com diferentes índices de esbeltez sob ação de carga crescente até atingir a tensão última nominal f_c .

A Fig. 5.4 apresenta a variação da tensão última f_c dividida pela tensão de escoamento f_y do material, em função do índice de esbeltez ℓ/i . A curva tracejada poderia representar um critério de resistência para colunas geometricamente perfeitas com material elástico-perfeitamente plástico, onde se notam duas regiões:

- Para $f_{cr} < f_y$ a tensão última f_c é a própria tensão crítica f_{cr} ;
- Para $f_{cr} > f_y$ a tensão última f_c pode ser tomada igual a f_y .

Entretanto, como já observado na Fig. 5.2d, devido aos efeitos de imperfeições geométricas e de tensões residuais, o conjunto de valores de tensões últimas obtido em resultados experimentais tem a distribuição ilustrada na Fig. 5.4, estando abaixo da curva da coluna perfeita (para colunas curtas os valores experimentais de f_c são maiores que f_y devido ao encruamento do aço).

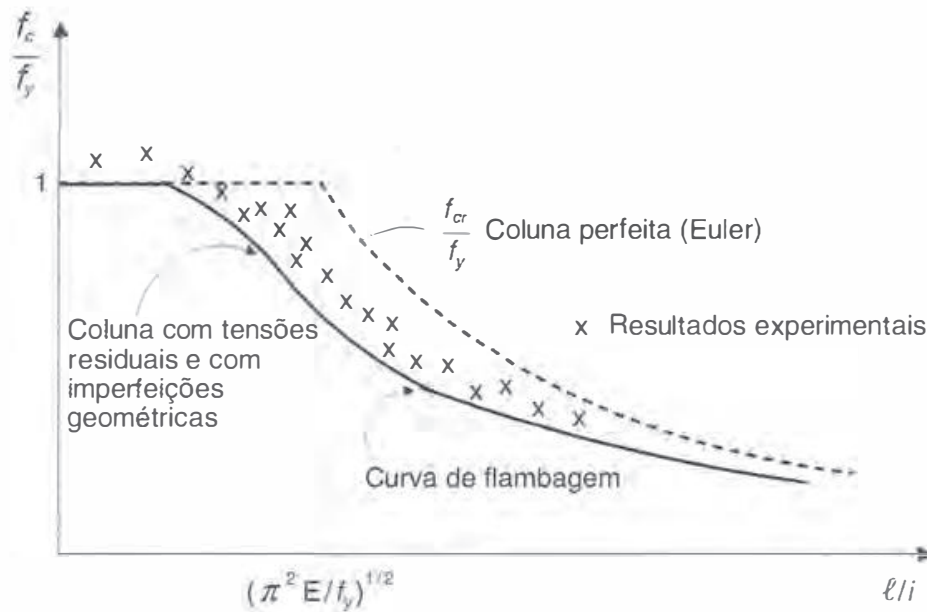


Fig. 5.4 Variação de resistência de uma coluna comprimida, em função do índice de esbeltez ℓ/i .

A curva em linha cheia da Fig. 5.4 (denominada curva de resistência à compressão com flambagem ou simplesmente **curva de flambagem**) representa o critério de resistência de uma coluna considerando-se os efeitos mencionados anteriormente. Observam-se três regiões:

- Colunas muito esbeltas (valores elevados de ℓ/i) onde ocorre flambagem em regime elástico $f_{cr} < f_y$ e onde $f_c \cong f_{cr}$;
- Colunas de esbeltez intermediária, nas quais há maior influência das imperfeições geométricas e das tensões residuais;
- Colunas curtas (valores baixos de ℓ/i), nas quais a tensão última f_c é tomada igual à de escoamento do material f_y .

No sentido de permitir a comparação entre as resistências de perfis com diferentes aços, a curva em linha cheia da Fig. 5.4 deve ser apresentada com as coordenadas f_c/f_y e o índice de esbeltez reduzido, λ_0 :

$$\lambda_0 = \frac{K\ell/i}{(\pi^2 E/f_y)^{1/2}} = \frac{K\ell}{i} \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}} \quad (5.6a)$$

onde K é o coeficiente que define o comprimento efetivo de flambagem. O índice de esbeltez reduzido pode ainda ser escrito na forma:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A_g f_y}{N_{cr}}} \quad (5.6b)$$

Para os aços de uso corrente obtêm-se, com a expressão de λ_0 ,

$$\begin{array}{ll} \text{MR250} & \lambda_0 = 0,0113 (K\ell/i) \\ \text{AR350} & \lambda_0 = 0,0133 (K\ell/i) \end{array}$$

5.3 COMPRIMENTO DE FLAMBAGEM $\ell_{fl} = k\ell$

5.3.1 Conceito

Comprimento de *flambagem* de uma haste é a distância entre os pontos de momento nulo da haste comprimida, deformada lateralmente como indicado na Fig. 5.2a. Para uma haste birrotulada o comprimento da flambagem é o próprio comprimento da haste.

Na Fig. 5.5 encontram-se indicados os comprimentos de flambagem teóricos de hastes com extremos rotulados, engastados ou livres. Esses comprimentos podem ser visualizados pela forma da elástica da haste deformada, portanto, por considerações puramente geométricas. Eles podem também ser obtidos por processos analíticos.

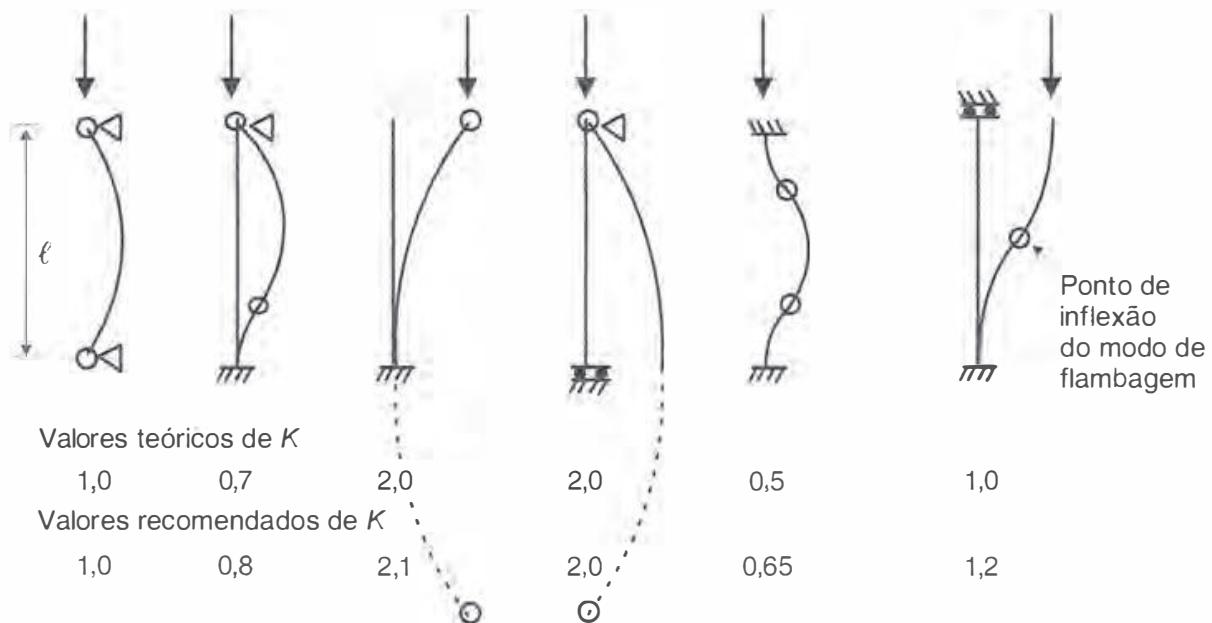


Fig. 5.5 Comprimentos de flambagem $\ell_{fl} = K\ell$.

Como nos pontos de inflexão o momento fletor é nulo, a carga crítica de uma haste com qualquer tipo de apoio é igual à carga crítica da mesma haste, birrotulada, com comprimento ℓ_{fl} . Para qualquer haste, a carga crítica é dada em regime elástico, pela Fórmula de Euler escrita na forma:

$$N_{cr} = N_E = \frac{\pi^2 EI}{\ell_{fl}^2} \quad (5.7)$$

onde $\ell_{fl} = K\ell$, sendo K o parâmetro de flambagem.

5.3.2 Indicações Práticas

O conceito de comprimento de flambagem de uma haste para cálculo de sua carga crítica por equivalência a uma haste birrotulada pode também ser utilizado para a determinação de sua resistência. Se a curva de flambagem da Fig. 5.4 foi desenvolvida para uma coluna birrotulada, pode-se considerar razoável aplicá-la para uma coluna com diferentes condições de apoio utilizando-se o seu comprimento de flambagem no cálculo do índice de esbelte equivalente.

Devido à dificuldade prática de se materializarem as condições de apoio ideais, especialmente o engaste, as normas recomendam, em alguns casos, valores de K superiores aos teóricos, conforme ilustra a Fig. 5.5.

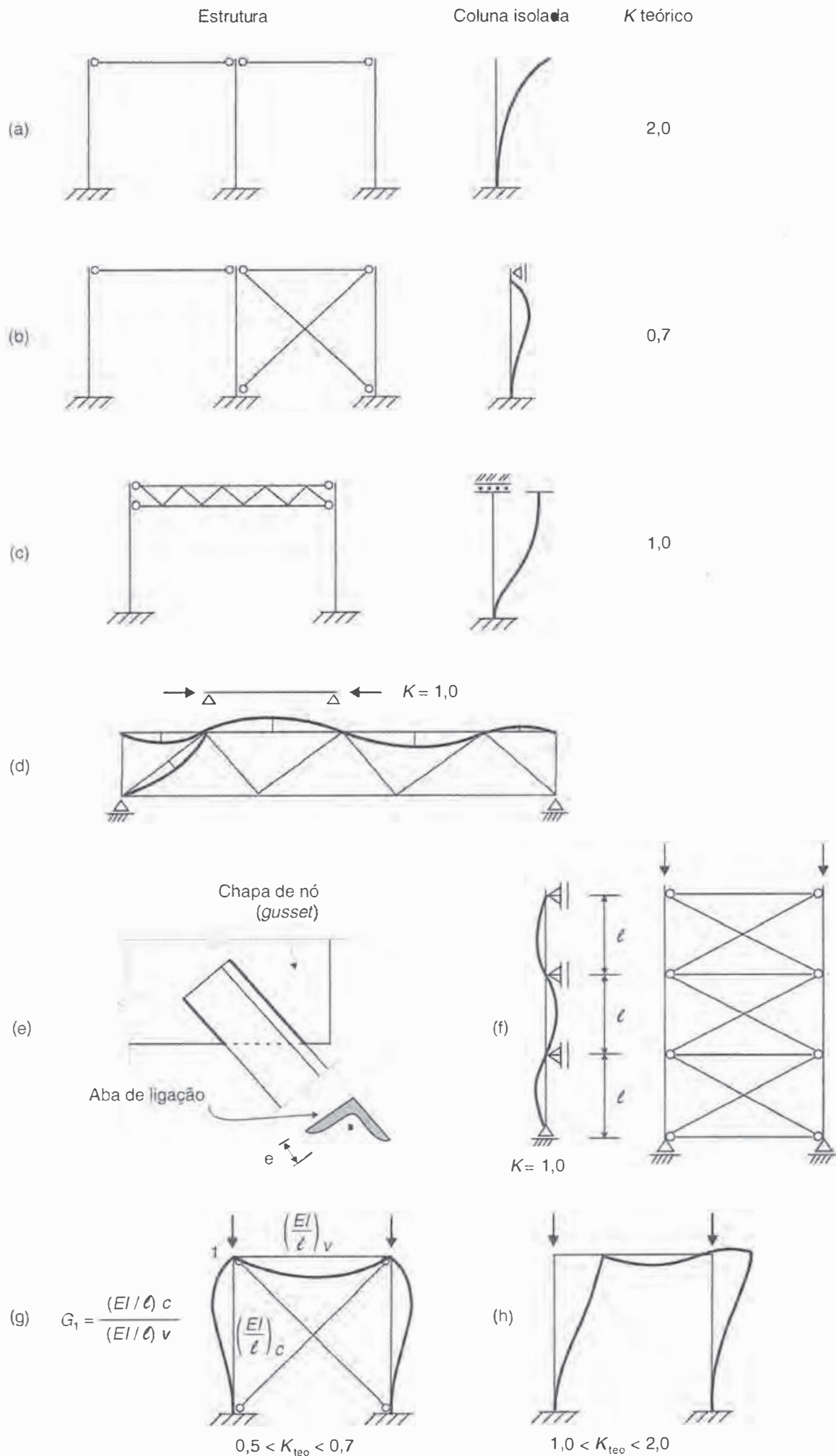


Fig. 5.6 Parâmetro K de flambagem de peças comprimidas em diversos sistemas estruturais.

Os desenvolvimentos teóricos expostos na Seção 5.2 se referem a colunas isoladas. Na prática, as peças comprimidas pertencem a um sistema estrutural, e o processo de flambagem, em geral, envolve todos os seus componentes. Existem, entretanto, algumas situações em que as colunas podem ser tratadas, para efeito de cálculo de seu esforço resistente à compressão, como peças isoladas com condições de apoios extremos bem definidas, como, por exemplo, os casos ilustrados nas Figs. 5.6a, b, c.

Para as peças comprimidas de treliças (Fig. 5.6d) pode-se adotar conservadoramente $K = 1$ para flambagem no plano e fora do plano da treliça. O comprimento de flambagem fora do plano de treliça depende do sistema de contraventamento (ver Fig. 1.33c). O valor $K = 1$ é considerado conservador para os banzos comprimidos de treliças, pois os trechos menos solicitados à compressão oferecem uma certa restrição à rotação nos nós do trecho mais solicitado, reduzindo, portanto, seu comprimento de flambagem. No caso específico de montantes ou diagonais de treliças formadas por cantoneiras isoladas conectadas por uma aba à chapa de nó ou ao banzo (corda) da treliça (Fig. 5.6e), o esforço axial é introduzido com excentricidade no elemento sujeitando-o a flexocompressão. Em casos especiais, descritos no Anexo E da NBR 8800, pode-se verificar o elemento à compressão simples utilizando-se um comprimento de flambagem equivalente que considera indiretamente o efeito negativo da excentricidade e também o efeito benéfico da restrição à rotação oferecida pela ligação à chapa de nó ou ao banzo (Galambos, 1998).

Para colunas com apoios intermediários (Fig. 5.6f), o cálculo da carga crítica fornece um comprimento de flambagem igual ao espaçamento entre apoios. Essas colunas podem representar colunas pertencentes a uma estrutura contraventada (Fig. 1.29), desde que o contraventamento tenha suficiente rigidez lateral. A determinação deste valor de rigidez pode ser efetuada com o critério indicado no Item 7.5.

No caso dos pórticos com ligações rígidas (ver a Fig. 1.26) o parâmetro K depende da razão G entre a rigidez da viga e das colunas (Fig. 5.6g). Nos pórticos contraventados com a base engastada, K teórico varia entre 0,5 (caso em que G tende a infinito), e 0,7 ($G = 0$); já para os pórticos não contraventados, K é sempre maior ou igual a 1,0, variando entre 1,0 e 2,0 no caso de base engastada.

As colunas pertencentes a pórticos com ligações rígidas ou semirrígidas ficam sujeitas a esforços combinados de força axial e momento fletor (ver Fig. 1.30a e Fig. 1.31a) e sua verificação de resistência deve ser efetuada com as fórmulas de interação, Eqs. (7.11). Tradicionalmente, a aplicação dessas fórmulas é feita com os esforços solicitantes calculados por análise linear (ou de 1.^a ordem – ver o Item 11.1) e com o esforço normal resistente determinado com base na esbeltez $K\ell/i$, sendo K obtido da teoria da estabilidade elástica, como, por exemplo, os valores indicados na Fig. 5.6h ($K > 1,0$). Na prática utilizam-se gráficos como ábacos de pontos alinhados (Anexo H da NBR 8800, 1996) aplicáveis a situações bastante restritas. Na atual abordagem adotada por algumas normas de projeto incluída a NBR 8800 (2008), o esforço normal resistente das colunas pertencentes a pórticos pode ser obtido com base na esbeltez obtida com $K = 1,0$; este procedimento impõe o cálculo dos esforços solicitantes por meio de análise de 2.^a ordem já incluindo-se os efeitos das imperfeições geométricas referentes aos desvios de prumo da estrutura e da inelasticidade do material (ver o Item 7.4).

5.4 CRITÉRIO DE DIMENSIONAMENTO DE HASTES EM COMPRESSÃO SIMPLES

5.4.1 Fórmula de Dimensionamento

O esforço resistente de projeto, para hastes metálicas, sem efeito de flambagem local, sujeitas à compressão axial, é dado pela equação:

$$N_{d \text{ res}} = \frac{N_c}{\gamma_{a1}} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{a1}} \quad (5.8a)$$

onde

- f_c = tensão resistente (ou tensão última) à compressão simples com flambagem por flexão
 A_g = área da seção transversal bruta da haste
 γ_{a1} = 1,10 para combinações normais de ações (ver Tabela 1.7).

A tensão f_c considera o efeito de imperfeições geométricas e excentricidade de aplicação das cargas dentro das tolerâncias de norma, além das tensões residuais existentes nos diferentes tipos de perfis.

5.4.2 Tensão Nominal Resistente f_c

Numerosos trabalhos de pesquisa sobre resistência à compressão de colunas realizados na América do Norte e na Europa a partir de 1970 resultaram no conceito de múltiplas curvas de flambagem de modo a abranger toda a gama de perfis, tipos de aço e processos de fabricação utilizados na indústria da construção. Por exemplo, Bjorhovde (1972, *apud* Galambos, 1998) estudou numérica e experimentalmente 112 colunas. A Fig. 5.7a ilustra o aspecto da faixa de variação das curvas de flambagem desenvolvidas considerando-se a imperfeição geométrica inicial δ_0 igual a $L/1000$. Todas essas curvas foram posteriormente agrupadas em 3, tornando-se as curvas recomendadas pelo SSRC (Structural Stability Research Council) na América do Norte. Cada um dos 3 grupos é formado por diferentes tipos de perfis, processos de fabricação e tipos de aço. Por exemplo, o grupo 2 inclui os perfis leves tipos I e H laminados em aço A36 enquanto no grupo 3, de menor resistência, estão inseridos os perfis de mesmo tipo porém de maior espessura (perfis pesados) e portanto com maiores tensões residuais.

Bjorhovde (1972, *apud* Galambos 1998) também desenvolveu 3 curvas de flambagem considerando a imperfeição geométrica inicial igual a $L/1470$, que foi o valor médio encontrado no estudo estatístico correspondente. Essas curvas são referidas como curvas 1P, 2P e 3P do SSRC. A norma americana AISC e a brasileira NBR 8800 adotaram a curva 2P (ilustrada na Fig. 5.7b) como curva única de flambagem, a qual é descrita como uma relação entre o parâmetro adimensional χ ,

$$\chi = \frac{f_c}{f_y}$$

e o índice de esbeltez reduzido λ_0 [Eq. (5.6a)]:

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} \quad \text{para } \lambda_0 \leq 1,50 \quad (5.9a)$$

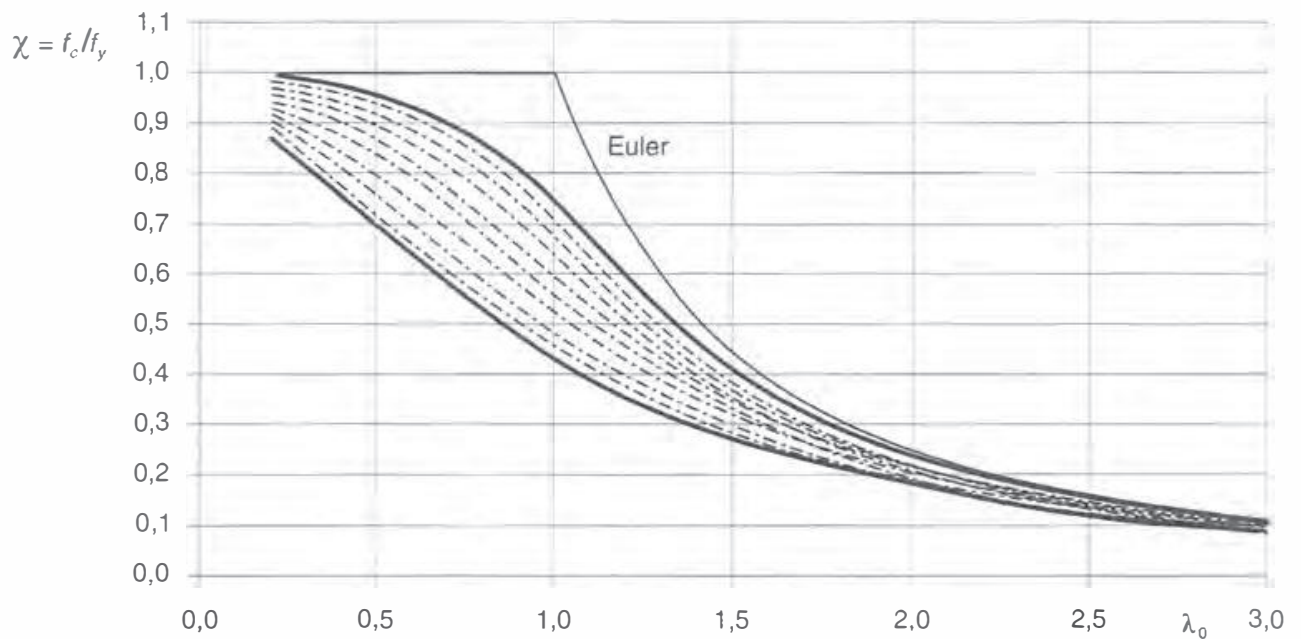
$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \quad \text{para } \lambda_0 > 1,50 \quad (5.9b)$$

5.4.3 Valores Limites do Coeficiente de Esbeltez

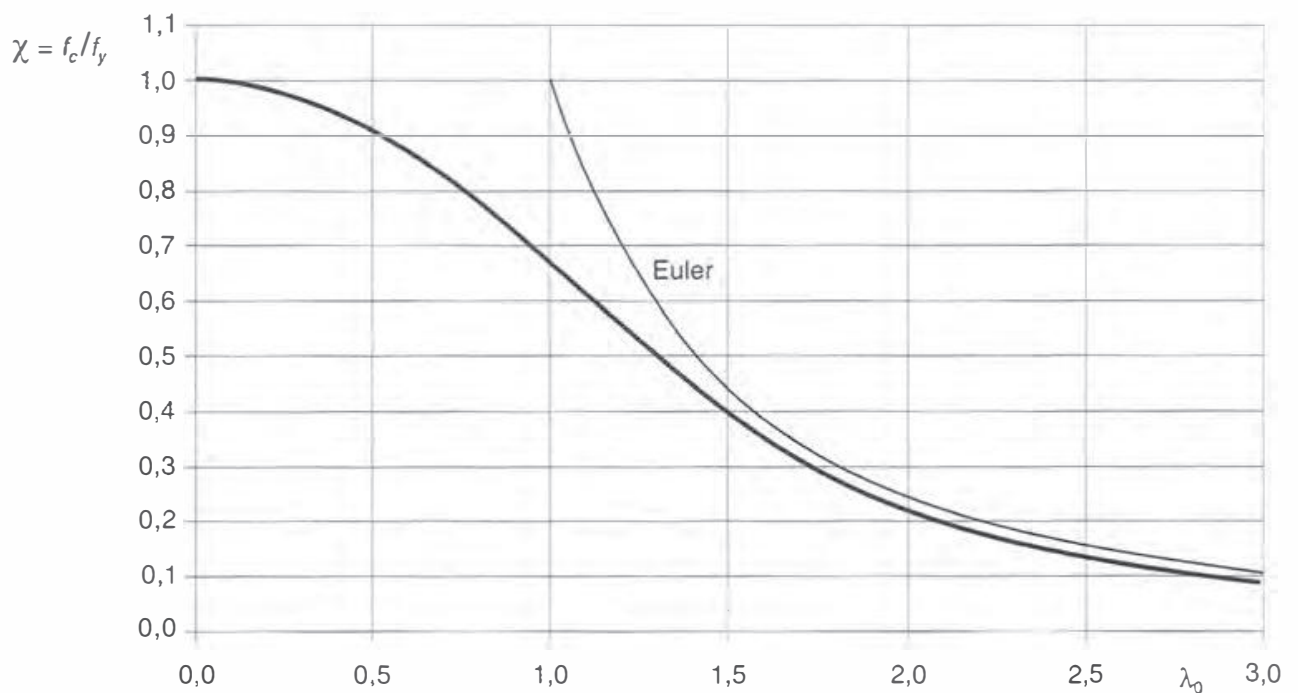
As normas fixam limites superiores do coeficiente de esbeltez ($K\ell/i$) com a finalidade de evitar a grande flexibilidade de peças excessivamente esbeltas.

Os limites geralmente adotados são:

Edifícios (AISC, NBR 8800)	200
Pontes (AASHTO)	120



(a)



(b)

Fig. 5.7 Curvas de flambagem: (a) faixa de variação das curvas de flambagem (adaptado de Galambos, 1998); (b) curva única de flambagem das normas AISC (2005) e NBR 8800:2008.

5.5 | FLAMBAGEM LOCAL

5.5.1 Conceito

Denomina-se flambagem local a flambagem das placas componentes de um perfil comprimido. A Fig. 5.8 mostra uma coluna curta (não sofre flambagem global por flexão), cujas placas componentes comprimidas apresentam deslocamentos laterais na forma de ondulações (flambagem local). Em uma coluna esbelta composta de chapas esbeltas, os processos de flambagem por

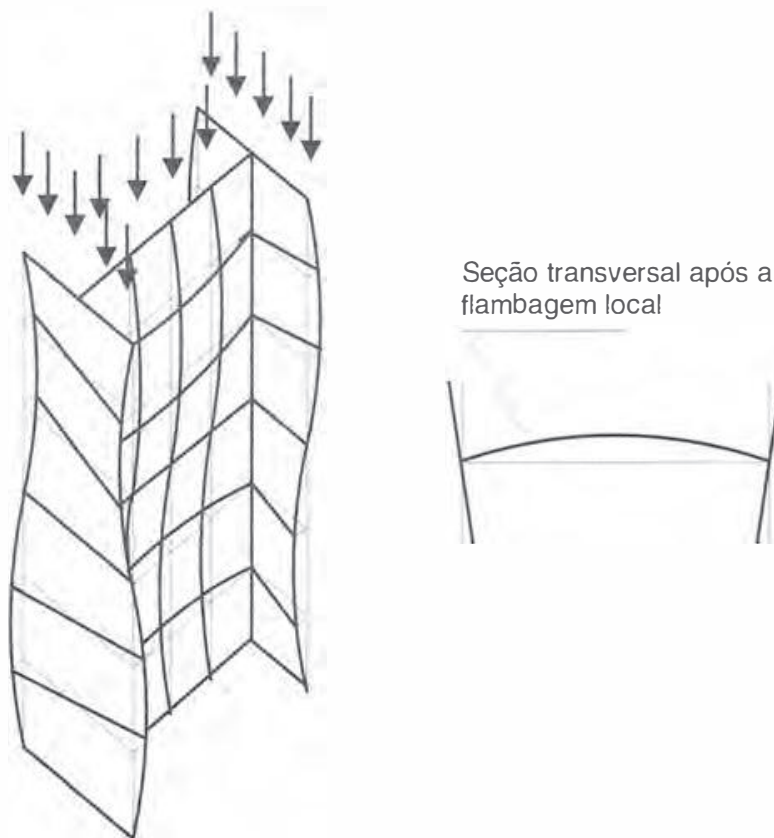


Fig. 5.8 Coluna curta após a flambagem local.

flexão da coluna (global) e de flambagem local (das chapas) ocorrem de forma interativa reduzindo a carga última da coluna sem consideração de flambagem local (carga N_c da Fig. 5.2d).

5.5.2 Flambagem da Placa Isolada

O comportamento, sob cargas crescentes, de uma placa isolada, comprimida uniformemente e apoiada em seus bordos laterais, é mostrado na Fig. 5.9. Se a placa é compacta, isto é, com baixa relação b/t , o encurtamento Δ aumenta linearmente com a carga P até a plastificação da seção ($P = P_y$). Entretanto, se a chapa é esbelta (elevado valor b/t) ocorre a flambagem local ($P = P_{cr}$), caracterizada pelo aparecimento de deflexões laterais, e a consequente redução da rigidez da placa. O saldo de carga aplicada entre a carga crítica local (P_{cr}) e a carga última da placa (P_u) é considerado uma *reserva de resistência pós-flambagem*, e será tanto maior quanto mais esbelta for a placa.

Destaca-se, na Fig. 5.9, a distribuição de tensões na seção transversal, que passa de uniforme a não uniforme após a carga crítica local ($P > P_{cr}$). Essa distribuição, caracterizada pela progressiva redução de tensões no trecho central da placa e o acréscimo de tensões nos bordos, deu origem ao *conceito de largura efetiva* utilizado no dimensionamento de colunas com chapas esbeltas.

A tensão crítica de flambagem local de uma placa perfeita foi obtida por Timoshenko (1959):

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{bt} = k \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2) (b/t)^2} \quad (5.10)$$

onde k é um coeficiente que depende das condições de apoio da placa e da relação b/a largura/altura.

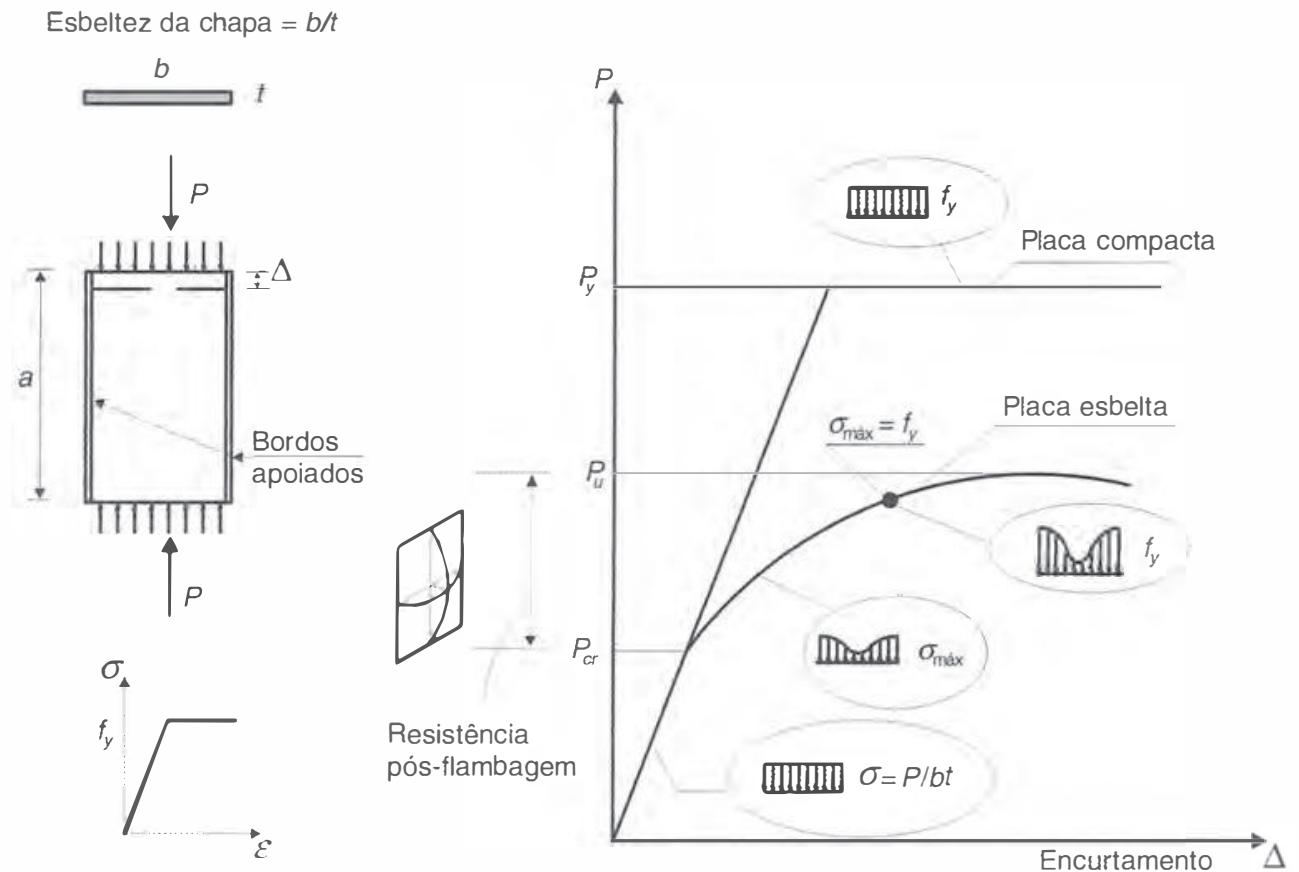


Fig. 5.9 Comportamento da placa isolada perfeita sob compressão.

5.5.3 Critérios para Impedir Flambagem Local

Considerando-se o caso de placa isolada perfeita, o valor limite de esbeltez da placa $(b/t)_r$, para impedir que a flambagem local ocorra antes da plastificação da seção é obtido igualando-se a tensão crítica elástica [σ_{cr} da Eq. (5.10)] à tensão f_y .

$$\left(\frac{b}{t}\right)_r = \sqrt{\frac{k \pi^2 E}{12(1 - \nu^2) f_y}} = 0,95 \sqrt{k} \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5.11)$$

onde $k = 4$ para bordos apoiados;
 $k = 0,425$ para um bordo apoiado e outro livre.

Para considerar os efeitos de imperfeições e de tensões residuais, as normas apresentam valores limites de b/t menores que $(b/t)_r$, da Eq. (5.11). Os valores limites de b/t para placas componentes de alguns tipos de perfis são mostrados na Tabela 5.1. Os valores diferenciados para os diversos casos têm origem nas condições de apoio das placas [coeficiente k da Eq. (5.11)].

Por exemplo, as abas do perfil cantoneira (Grupo 3 da Tabela 5.1) e as mesas dos perfis T e I (Grupo 4) têm um bordo livre e outro “apoiado”. Entretanto, os apoios nos perfis T e I oferecem maior restrição à rotação da mesa do que o apoio da aba do perfil cantoneira. Já as almas dos perfis I, H e U (Grupo 2) têm dois bordos “apoiados”.

Se as placas componentes de um perfil tiverem valores de (b/t) inferiores aos da Tabela 5.1, não haverá flambagem local e o esforço resistente de compressão da coluna será calculado com a Eq. (5.8). No caso contrário, deve-se levar em conta a redução do esforço resistente da coluna devido à ocorrência de flambagem local.

Tabela 5.1 Valores limites de b/t em chapas componentes de perfis em compressão axial para impedir que a flambagem local ocorra antes do escoamento do material (NBR 8800; AISC)

Elemento	Grupo	Exemplos	$(b/t)_r$		
			MR250	AR350	
Enrijecido (AA)	1		$1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	39,6	33,4
	2		$1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	42,1	35,6
Não-enrijecido (AL)	3		$0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	12,7	10,7
	4		$0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	15,8	13,4
	5		$0,64 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c^*}}$		
	6		$0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	21,2	17,9

* $k_c = \frac{4}{\sqrt{h_w/t_w}}$, $0,35 \leq k_c \leq 0,76$. O coeficiente k_c considera a influência da esbeltez da alma na rigidez à rotação oferecida como apoio à placa da mesa do perfil.

5.5.4 Esforço Resistente de Hastes com Efeito de Flambagem Local

A redução na capacidade de carga das colunas devido à ocorrência de flambagem local é considerada pelas normas através do coeficiente Q . As expressões para Q são baseadas no comportamento das placas isoladas (ver Item 5.5.2). As placas componentes de um perfil são classificadas como:

- Placa não enrijecida: com um bordo apoiado e outro livre (Grupos 3 a 6 da Tabela 5.1); por isso são denominadas também por placas tipo AL (apoio-livre);
- Placa enrijecida: com dois bordos apoiados (Grupos 1 e 2 da Tabela 5.1), placas tipo AA.

No caso de *placas enrijecidas*, a redução de rigidez da coluna é considerada através do coeficiente Q_a , baseado no conceito de largura efetiva. Esse conceito está ilustrado nas Figs. 5.10c e 5.10d. Na Fig. 5.10c vê-se a distribuição não linear de tensões após a flambagem local na seção transversal da placa (ver também Fig. 5.9). Para descrever o comportamento da placa, o diagrama não linear de tensões é substituído por um diagrama de tensão uniforme, igual à tensão máxima $\sigma_{\text{máx}}$, de maneira que a resultante seja a mesma força P . As tensões uniformes se distribuem em dois trechos de largura $b_e/2$, e a placa original de largura b passa a ser representada por uma placa de largura efetiva b_e . Dessa forma tem-se:

$$P = \sigma_{\text{máx}} A_{ef} = \int_0^b \sigma(x)t \, dx$$

onde A_{ef} = área efetiva da placa = $b_e t$ e $Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g}$

Observa-se que a largura efetiva b_e depende da intensidade da tensão $\sigma_{\text{máx}}$.

As *placas não enrijecidas* (Figs. 5.10a e 5.10b) possuem resistência pós-flambagem muito pequena, de modo que é prudente reduzir a tensão média no perfil e evitar a flambagem local. Essa redução é feita através de um fator Q_s aplicado à tensão última da coluna f_c .

O esforço axial resistente de cálculo em hastes com efeito de flambagem local é então dado por:

$$N_{d \text{ res}} = \frac{N_c}{\gamma_{al}} = \frac{Q A_g f_c}{\gamma_{al}} \quad (5.8b)$$

onde $Q = Q_a \cdot Q_s$ = coeficiente de redução, aplicável a seções em que uma ou mais placas componentes têm relação b/t superior aos valores da Tabela 5.1.

f_c = tensão resistente da coluna determinada através das Eq. (5.9a) em função do índice de esbeltez reduzido da Eq. (5.6a) modificado pelo fator Q :

$$\lambda_0 = \frac{K\ell}{i} \sqrt{\frac{Q f_y}{\pi^2 E}} \quad (5.6c)$$

onde i = raio de giração da *seção bruta*, em relação ao eixo de flambagem global.

Seções com Placas Não Enrijecidas

Nas placas não enrijecidas (Fig. 5.10a), não existe reserva de resistência após a flambagem; o cálculo é feito numa situação anterior à flambagem, com uma tensão média $\sigma_{\text{média}} = Q_s \sigma_{\text{máx}}$ (Fig. 5.10b). O coeficiente Q_s pode ser obtido com equações no formato a seguir:

- flambagem local inelástica

$$\left(\frac{b}{t}\right)_r \leq \frac{b}{t} < \left(\frac{b}{t}\right)_e$$

$$Q_s = A - B \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \leq 1 \quad (5.12a)$$

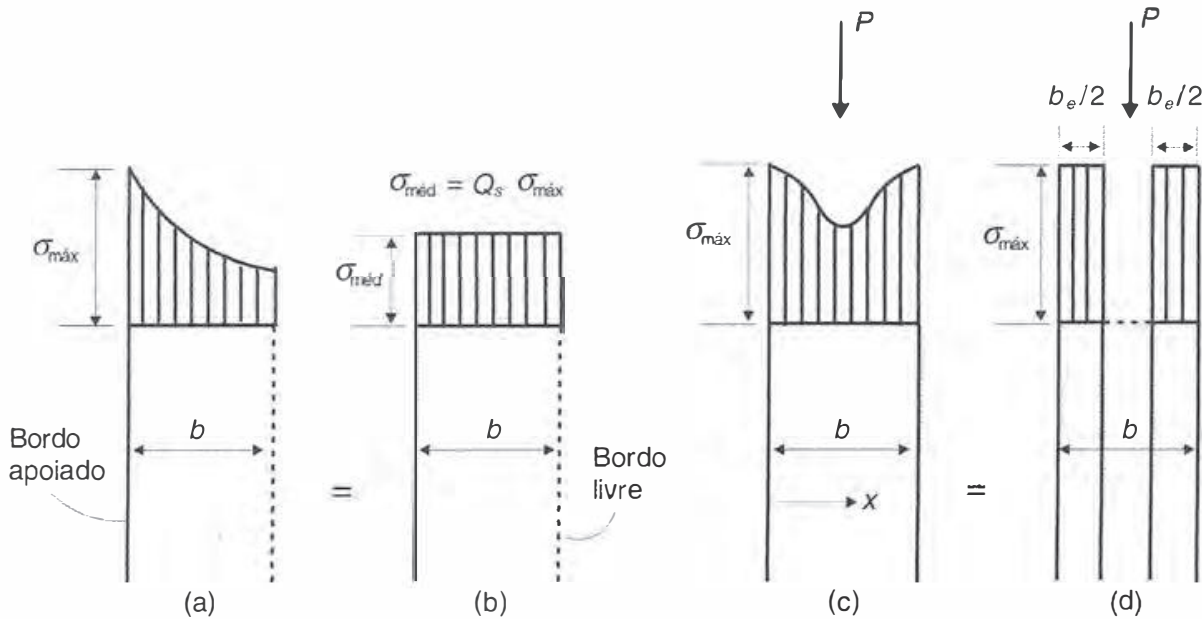


Fig. 5.10 Efeito de flambagem local em placas isoladas. (a) Placa não enrijecida (um bordo apoiado e um bordo livre); variação das tensões entre $\sigma_{\text{máx}}$ no bordo apoiado e $\sigma_{\text{mín}}$ no bordo livre; (b) tensão média na placa não enrijecida $\sigma_{\text{média}} = Q_s \sigma_{\text{máx}}$; (c) placa enrijecida (dois bordos laterais apoiados); variação das tensões de compressão entre $\sigma_{\text{máx}}$ no bordo lateral e $\sigma_{\text{mín}}$ no meio da placa; (d) largura efetiva $b_e = Q_a b$.

– flambagem local elástica

$$\frac{b}{t} > \left(\frac{b}{t}\right)_e \quad Q_s = \frac{CE}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (5.12b)$$

As equações para o coeficiente Q_s e os valores limites de esbeltez para os diferentes tipos de placas não enrijecidas encontram-se na Tabela 5.2.

Seções com Placas Enrijecidas

Nas placas enrijecidas (Fig. 5.10c), existe reserva de resistência após flambagem; o cálculo é então feito numa situação pós-flambagem, admitindo-se uma largura efetiva b_e , trabalhando com a tensão máxima (Fig. 5.10d). A largura efetiva pode ser obtida com a equação a seguir

$$b_e = 1,92 t \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \left[1 - \frac{C}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \right] \leq b \quad (5.13)$$

onde $C = 0,34$ para placas enrijecidas em geral

$C = 0,38$ para mesas ou almas de seções tubulares retangulares ou quadradas.

Na Eq. (5.13), σ é a máxima tensão nominal de compressão atuante na área efetiva:

$$\sigma = \frac{N_c}{A_{ef}} = \frac{Q A_s f_c}{A_{ef}} = Q_s f_c$$

O cálculo é iterativo, já que o esforço normal resistente nominal N_c [ver a Eq. (5.8a)] depende da largura efetiva que, por sua vez, depende da tensão σ , função N_c . De acordo com as normas NBR 8800 e AISC, no caso de placas enrijecidas em geral, o processo iterativo pode ser

Tabela 5.2 Expressões do fator Q_s aplicáveis a placas não enrijecidas (tipo AL)

Grupo (ver Tabela 5.1)	Limites		$Q_s \leq 1$	
	MR250	AR350		
3	$0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \frac{b}{t} \leq 0,91 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$12,7 < \frac{b}{t} \leq 25,7$	$10,7 < \frac{b}{t} \leq 21,7$	$Q_s = 1,340 - 0,76 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$
	$\frac{b}{t} > 0,91 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\frac{b}{t} > 25,7$	$\frac{b}{t} > 21,7$	$Q_s = \frac{0,53E}{f_y (b/t)^2}$
4	$0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \frac{b}{t} \leq 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$15,8 < \frac{b}{t} \leq 29,1$	$13,4 < \frac{b}{t} \leq 24,6$	$Q_s = 1,415 - 0,74 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$
	$\frac{b}{t} > 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\frac{b}{t} > 29,1$	$\frac{b}{t} > 24,6$	$Q_s = \frac{0,69E}{f_y (b/t)^2}$
5	$0,64 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}} < \frac{b}{t} \leq 1,17 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}} *$			$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{k_c E}}$
	$\frac{b}{t} > 1,17 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}} *$			$Q_s = \frac{0,90 E k_c}{f_y (b/t)^2} *$
6	$0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \frac{b}{t} \leq 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$21,2 < \frac{b}{t} \leq 29,1$	$17,9 < \frac{b}{t} \leq 24,6$	$Q_s = 1,908 - 1,22 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$
	$\frac{b}{t} > 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\frac{b}{t} > 29,1$	$\frac{b}{t} > 24,6$	$Q_s = \frac{0,69 E}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2}$

$$* k_c = \frac{4}{\sqrt{h_0/t_0}} \quad 0,35 \leq k_c \leq 0,76$$

dispensado tomando-se $\sigma = f_c$, sendo f_c calculado com $Q = 1,0$. Em qualquer caso pode-se evitar o processo iterativo adotando-se conservadoramente $\sigma = f_y$.

Seções com Placas Enrijecidas e Não Enrijecidas

Nas seções contendo placas enrijecidas e não enrijecidas, o coeficiente Q é dado pela equação:

$$Q = Q_s \quad Q_a = Q_s \frac{A_s - \sum (b - b_e) t}{A_s} \quad (5.14)$$

5.6 PEÇAS DE SEÇÃO MÚLTIPLA

5.6.1 Conceito

Denominam-se *peças de seção múltipla*, ou simplesmente peças múltiplas, as formadas pela associação de peças simples, com ligações descontínuas.

Em geral, identificam-se três tipos de colunas em seção múltipla (ver Fig. 5.11):

- Peças ligadas por arranjos treliçados;
- Peças ligadas por chapas igualmente espaçadas;
- Peças justapostas, com afastamento igual à espessura de chapas espaçadas.

A determinação do esforço normal de uma coluna de seção múltipla envolve três aspectos:

- A flambagem da coluna como um todo;
- A flambagem das peças componentes;
- As forças atuantes nas ligações.

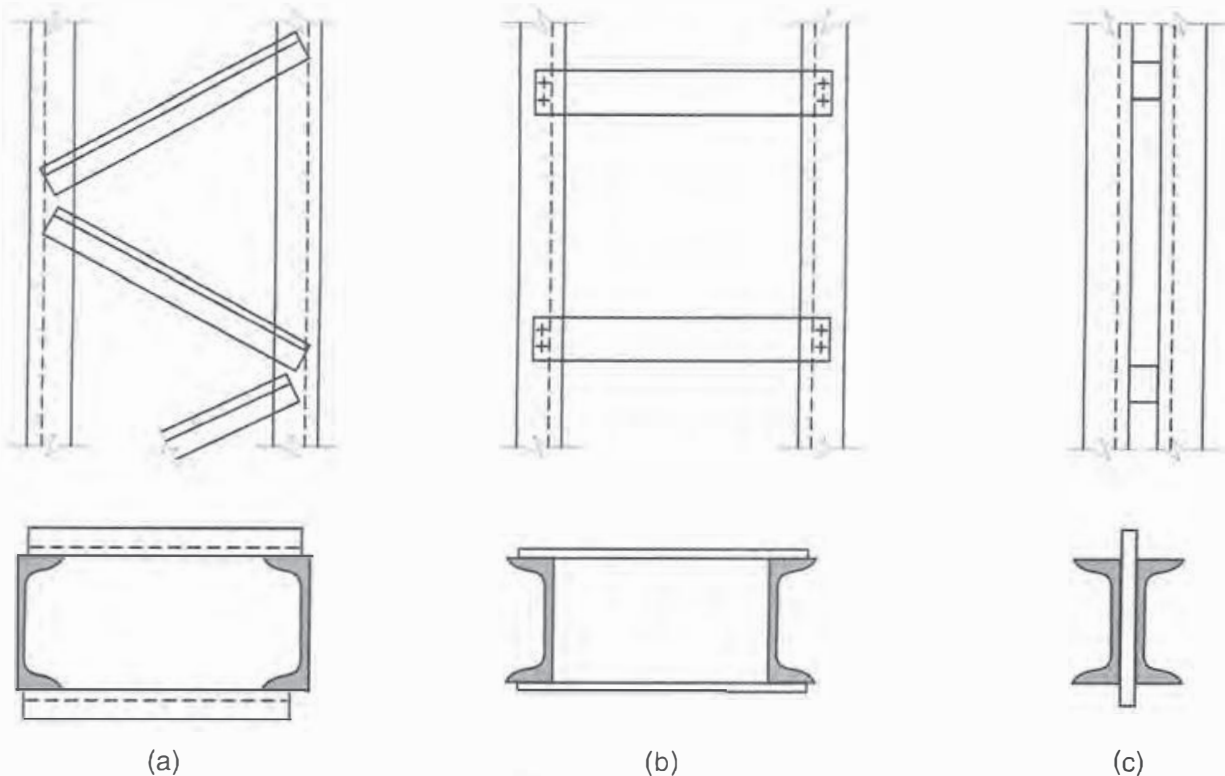


Fig. 5.11 Peças de seção múltipla: (a) arranjos treliçados; (b) chapas igualmente espaçadas; (c) peças justapostas.

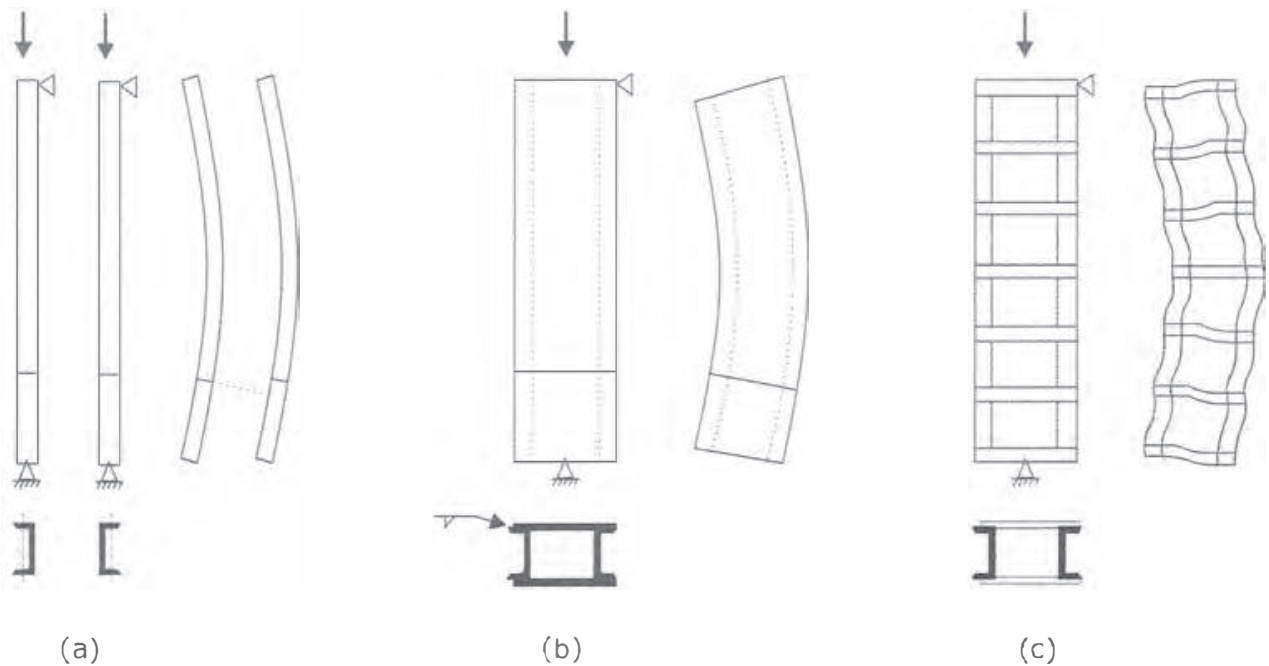


Fig. 5.12 Flambagem de peças múltiplas.

O comportamento da coluna como um todo depende da flexibilidade devida à flexão e ao cisalhamento e também da deformabilidade das ligações. O efeito das deformações cisalhantes está ilustrado na Fig. 5.12, que mostra a distorção de uma seção originalmente reta na flambagem de uma coluna múltipla.

Na Fig. 5.12a vemos duas hastes sem ligação entre si, sob efeito de uma compressão N ; havendo deformação lateral, uma seção originalmente plana das duas hastes se transforma em dois planos. Na Fig. 5.12b vemos as mesmas hastes com ligação contínua; uma seção originalmente plana das duas hastes mantém-se plana após a deformação lateral, assegurando o trabalho das hastes como se fosse um perfil simples. No caso das hastes sem ligação, a carga última da coluna é calculada com um momento de inércia igual à soma dos momentos de inércia das seções isoladas. No caso das hastes com ligação contínua, o momento de inércia é muito superior ao das seções isoladas, resultando em uma carga última muito maior.

Na Fig. 5.12c vemos as duas hastes ligadas por barras horizontais. Para tratar esta estrutura com ligações discretas como uma peça contínua e de seção uniforme é preciso levar em conta as deformações por cisalhamento que são as distorções da seção reta. Na figura em que as hastes estão deformadas, nota-se que uma seção originalmente plana das duas hastes apresenta-se em dois planos distintos, porém com deslocamento relativo bem menor do que no caso das hastes sem ligação. A ligação descontínua funciona como uma ligação contínua de menor eficiência e, para certos tipos de treliçados, produz um momento de inércia quase tão grande quanto o da ligação contínua. Nestas condições, as peças metálicas com ligações descontínuas têm grande importância em estruturas metálicas.

5.6.2 Critério de Dimensionamento de Peças Múltiplas

Admitindo-se um modelo de peça contínua, a carga crítica N_{cr}^* de uma coluna com seção múltipla é obtida teoricamente considerando-se as deformações por cisalhamento existentes em função do tipo de arranjo treliçado utilizado. A menor eficiência das ligações, em relação ao caso de ligações contínuas, pode ser considerada utilizando-se um índice de esbeltez fictício $(\ell_{fe}/i)^*$, superior ao calculado admitindo-se ligação contínua. Aumentar o índice de esbeltez

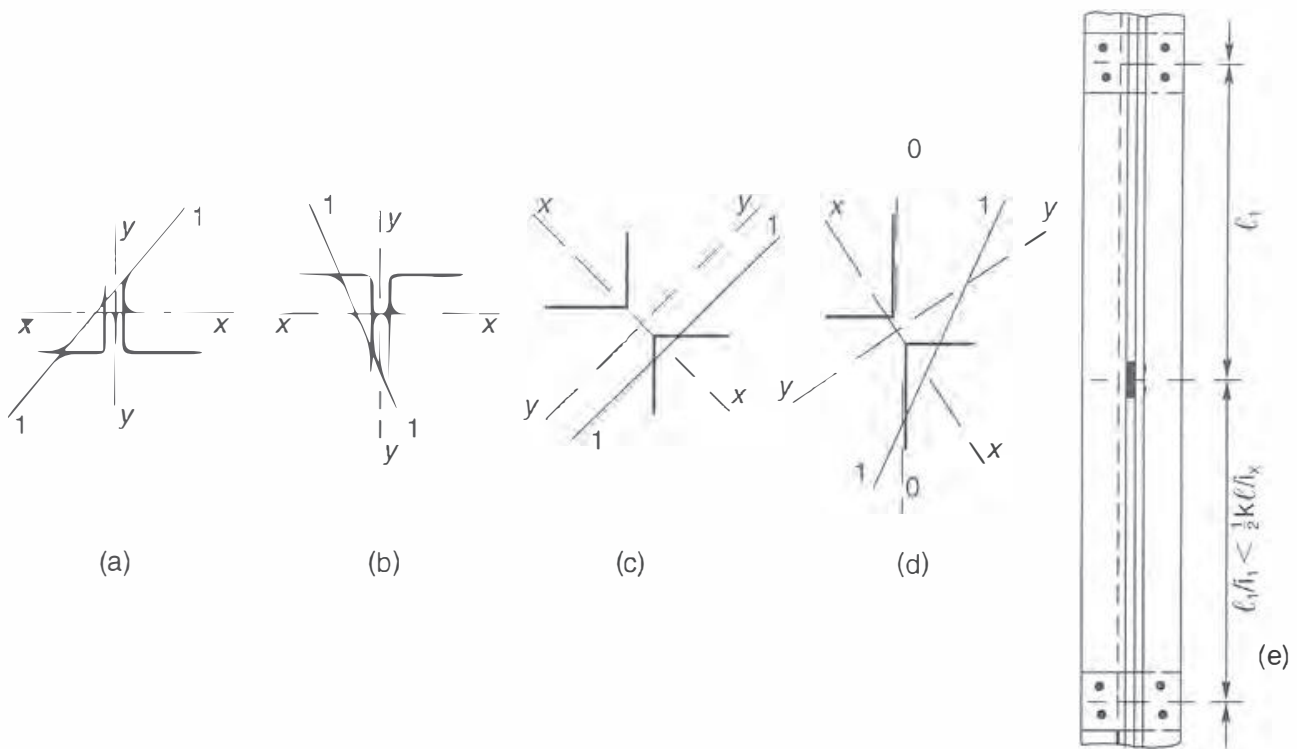


Fig. 5.13 Peças comprimidas formadas por associação de cantoneiras justapostas com ligações descon-tínuas: (a) cantoneiras de abas iguais; (b) cantoneiras de abas desiguais, lado a lado; (c) cantoneiras de abas iguais, opostas pelo vértice; (d) cantoneiras de abas desiguais, opostas pelo vértice; (e) vista longi-tudinal da coluna, mostrando as chapas de ligação.

l_1 = comprimento livre da peça individual;

1 - 1 = eixo em torno do qual se dá flambagem da peça individual;

x - x = eixo em torno do qual se dá flambagem da peça composta.

equivale a reduzir a carga crítica, uma vez que a tensão crítica decresce quando (ℓ_{fi}/i) cresce [Eq. (5.2)]. O Eurocódigo 3 apresenta critérios para projetos de colunas de seção múltipla (sujeitas a requisitos construtivos e geométricos) considerando o modelo de peça contínua com deformações por cisalhamento.

No caso de peças múltiplas ligadas por barras ou cantoneiras, formando planos treliçados, comparando-se alguns possíveis arranjos treliçados conclui-se que os arranjos em laços simples (Fig. 5.11a) e duplo, se respeitadas algumas condições geométricas, produzem um índice de esbeltez fictício $(\ell_{fi}/i)^*$ muito próximo do índice de esbeltez da coluna com ligações contínuas. Por isso, a norma americana AISC permite se determinar a carga última dessas colunas como se as peças fossem unidas por ligações contínuas, desde que seja considerado o efeito da deformabilidade das ligações. Outros tipos de arranjos treliçados podem também ser usados, mas no cálculo da carga última não se pode desprezar o efeito das deformações por cisalhamento.

As colunas compostas por peças justapostas podem ser analisadas como colunas de seção simples [ver a Fig. (5.13)], desde que o espaçamento l_1 entre os pontos de ligação restrinja o índice de esbeltez máximo da peça isolada a 1/2 do índice de esbeltez da peça composta (NBR 8800):

$$\frac{l_1}{i_1} < \frac{1}{2} \left(\frac{KL}{i} \right)_{\text{máx. conjunto}}$$

onde i_1 é o menor raio de giração da peça isolada.

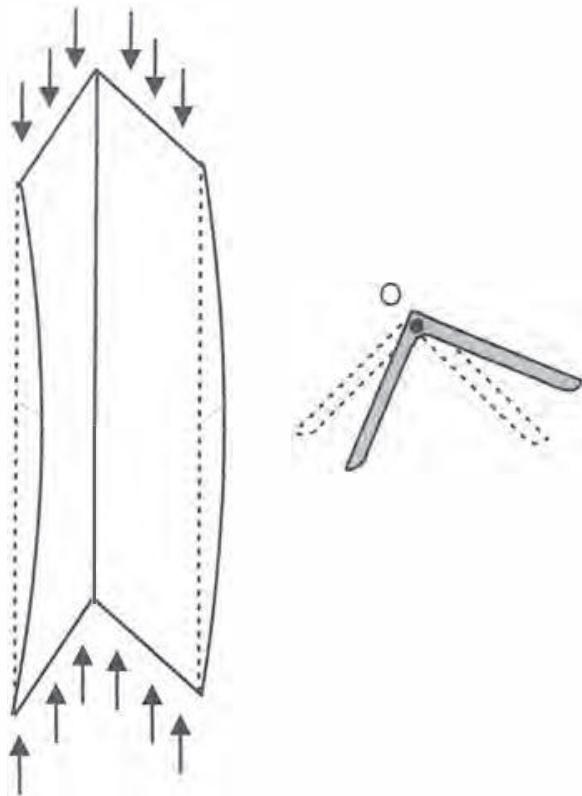


Fig. 5.14 Flambagem por torção de uma cantoneira, sujeita a uma carga axial N (aplicada no centro de gravidade G). (a) Vista isométrica; (b) Seção a meia-altura da cantoneira, mostrando a rotação da mesma em torno do centro de torção O .

5.7 | FLAMBAGEM POR FLEXÃO E TORÇÃO DE PEÇAS COMPRIMIDAS

Na flambagem por flexão e torção de peças comprimidas, a deformação transversal da haste é mais complexa: a seção transversal sofre flexão em torno do eixo principal (I_{\min}) e torção em torno de um ponto chamado centro de cisalhamento ou centro de torção.

Em perfis laminados I, H ou perfis compostos com seção celular, a flambagem por flexão produz cargas críticas menores que os outros tipos de flambagem, não havendo, portanto, necessidade de verificar flambagem por torção ou por flexotorção.

Em perfis laminados U, L ou perfis compostos abertos, a verificação da flambagem por flexão e torção ou por torção só precisa ser feita nos casos de pequena esbelteza, pois para valores mais elevados de ℓ_{ft}/i a flambagem normal (por flexão) é determinante.

Praticamente a flambagem por torção não intervém nas construções metálicas usuais. Nas estruturas metálicas leves, feitas com chapas finas dobradas, a flambagem por flexotorção é frequentemente determinante do dimensionamento.

As expressões de carga crítica (N_{cr}) de flambagem em torção e flexotorção para hastes de seção aberta encontram-se em Timoshenko e Gere (1961). De acordo com a norma NBR 8800 o dimensionamento pode ser feito utilizando-se a curva de flambagem, sendo o índice de esbelteza reduzido λ_0 Eq. (5.6b) obtido com a carga crítica correspondente ao modo de flambagem.

A flambagem lateral de vigas envolve também ação simultânea de momentos de flexão e de torção. O problema será tratado no estudo de vigas (Item 6.2.3).

5.8 | PROBLEMAS RESOLVIDOS

5.8.1 Determinar a resistência de cálculo à compressão do perfil $W150 \times 37,1$ kg/m de aço ASTM A36 com comprimento de 3 m, sabendo-se que suas extremidades são rotuladas e que há contenção lateral impedindo a flambagem em torno do eixo y .

Comparar com o resultado obtido para uma peça sem contenção lateral, podendo flambar em torno do eixo y - y .

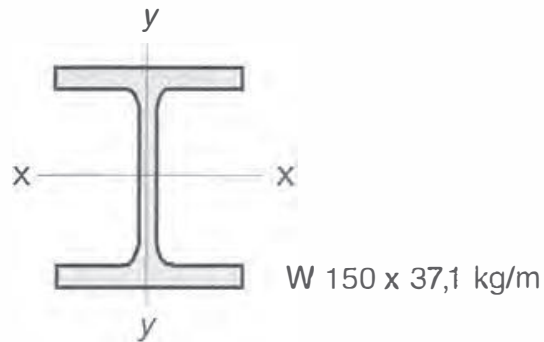


Fig. Probl. 5.8.1

Solução

a) Peça com contenção lateral

A flambagem só poderá ocorrer em torno do eixo x .

Como o perfil é rotulado nas extremidades, o comprimento de flambagem é o próprio comprimento do perfil:

$$\ell_{fl} = 300 \text{ cm}$$

Na Tabela A6.9, Anexo A, obtemos $i_x = 6,85 \text{ cm}$.

$$\frac{\ell_{fl}}{i} = \frac{300}{6,85} = 43,80$$

$$\lambda_0 = 0,0113 \times 43,80 = 0,49$$

Na Tabela A2, Anexo A (curva Fig. 5.7b), obtemos:

$$f_c = 0,904 \times 250 = 226,0 \text{ MPa}$$

$$N_{d \text{ res}} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{al}} = \frac{47,8 \times 226,0}{1,10} = 982,1 \text{ kN}$$

Os valores de esbeltez das chapas

$$\text{mesa} \frac{154}{2 \times 11,6} = 6,6 < 15,8$$

$$\text{alma} \frac{139}{8,1} = 17,2 < 42,1$$

indicam que não há flambagem local.

b) Peça sem contenção lateral

Flambagem em torno do eixo y

$$\left(\frac{\ell_{fl}}{i} \right)_y = \frac{300}{3,84} = 78,1$$

Comparando-se a esbeltez em torno dos dois eixos, conclui-se que a flambagem se dará em torno do eixo y .

$$\lambda_0 = 0,88 \qquad f_c = 0,723 \times 250 = 181 \text{ MPa}$$

$$N_{d \text{ res}} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{al}} = 47,8 \times 18,1/1,10 = 786 \text{ kN}$$

Este resultado é aproximadamente 20% menor que o obtido para a peça com contenção lateral.

5.8.2 Calcular o esforço normal resistente no mesmo perfil do Problema 5.8.1, sem contenção lateral, considerando-o engastado numa extremidade e livre na outra. Comparar o resultado obtido para uma peça engastada numa extremidade e rotulada na outra.

Solução

A flambagem ocorrerá na direção de menor raio de giração, que no caso é i_y , já que os comprimentos de flambagem são iguais nas duas direções.

Os resultados são aqui apresentados.

Condição de apoio	Engaste e livre	Engaste e rótula
Comprimento de flambagem $\ell_{fl} = K\ell$	$2 \times 300 = 600 \text{ cm}$	$0,70 \times 300 = 210 \text{ cm}$
Índice de esbeltez ℓ_{fl}/i_y	$600/3,84 = 156$	$210/3,84 = 54,7$
Índice de esbeltez adimensional λ_0	1,76	0,62
Tensão resistente f_c	71 MPa	212 MPa
Esforço resistente de projeto $N_{d \text{ res}}$	$47,8 \times 7,1/1,10 = 308 \text{ kN}$	$47,8 \times 21,2/1,10 = 921 \text{ kN}$

Observa-se a grande influência das condições de apoio na resistência à compressão.

5.8.6 Calcular o esforço de compressão resistente de projeto de duas cantoneiras $203(8") \times 102(4") \times 55,66 \text{ kg/m}$ trabalhando isoladamente e comparar com o resultado obtido para os perfis ligados por solda formando um tubo retangular. Admitir $\ell_{fl} = 300 \text{ cm}$ nos dois planos de flambagem e aço MR250.

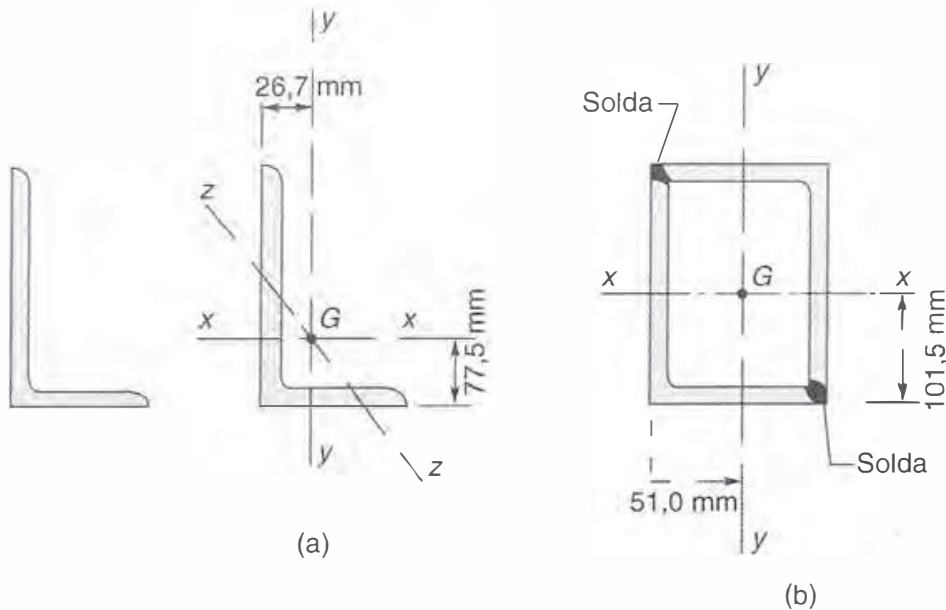


Fig. Probl. 5.8.6

Solução

a) Para os perfis isolados, a esbelteza será calculada pelo raio de giração mínimo i_z de uma cantoneira.

De acordo com a Tabela A6.5, Anexo A, temos:

$$i_{\min} = i_z = 2,16 \text{ cm}$$

$$A_g = 70,97 \text{ cm}^2$$

$$\ell_{fl}/i = 300/2,16 = 139$$

$$\lambda_0 = 1,57$$

$$f_c = 0,356 \times 250 = 89,0 \text{ MPa}$$

Para os dois perfis isolados, obtemos:

$$N_{d\text{res}} = 2 \times 70,97 \times 8,9/1,10 = 1148 \text{ kN}$$

b) Estando os dois perfis soldados, eles passam a trabalhar como uma peça única. O centro de gravidade se situa a meia-altura e a meia-largura do perfil e, sendo a peça simétrica, seus eixos de simetria coincidirão com os eixos principais de inércia. Como, para os dois planos de flambagem, o comprimento de flambagem ℓ_{fl} é o mesmo, bastará verificarmos qual das duas direções principais terá o menor momento de inércia e, conseqüentemente, o menor raio de giração.

Aplicando o teorema de translação de eixos, obtemos os valores dos momentos principais de inércia do perfil composto:

$$I_x = 2 [2897 + 70,97 (10,15 - 7,75)^2] = 6612 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2 [482,8 + 70,97 (5,10 - 2,67)^2] = 1804 \text{ cm}^4$$

O momento de inércia do conjunto, em relação ao eixo x , é o dobro do momento de inércia de um perfil em relação ao mesmo eixo. Como a área do conjunto também é o dobro da área de um perfil, o valor de i_x do conjunto é o mesmo do perfil isolado,

$$i_x = 6,27 \text{ cm}$$

O momento de inércia do perfil composto em relação ao eixo vertical y se obtém utilizando o teorema de translação de eixos

$$I_y = 2 (664 + 52,1 \times 7,7^2) = 7506 \text{ cm}^4$$

$$i_y = \left(\frac{7506}{2 \times 52,1} \right)^{1/2} = 8,49 \text{ cm}$$

Flambagem em torno do eixo x

$$\frac{\ell_{f\ell}}{i_x} = \frac{400}{6,27} = 64$$

Com a curva de flambagem obtém-se

$$f_c = 0,805 \times 250 = 201,2 \text{ MPa}$$

Flambagem em torno do eixo y

$$\frac{\ell_{f\ell}}{i_y} = \frac{400}{8,49} = 47,1$$

Com a curva de flambagem obtém-se

$$f_c = 0,889 \times 250 = 223 \text{ MPa}$$

A flambagem em torno de x é determinante, e $N_{dres} = 2 \times 52,1 \times 20,1/1,10 = 1904 \text{ kN}$.

5.8.4 A figura deste problema mostra diversas formas de seção transversal com a mesma área ($41,2 \text{ cm}^2$).

Admitindo o comprimento de flambagem $\ell_{fl} = 350 \text{ m}$ nos dois planos de flambagem, compare a eficiência das seções em hastes submetidas à compressão. Utilize aço A36.

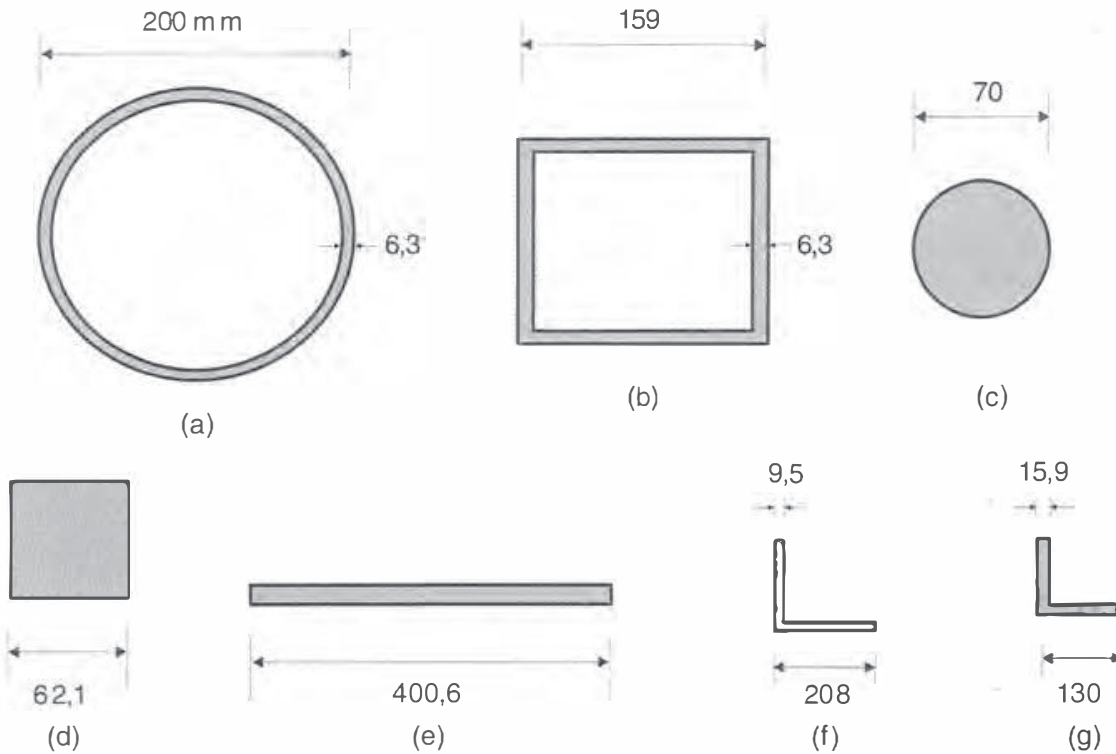


Fig. Probl. 5.8.4

Solução

Faz-se uma comparação em termos da tensão normal resistente de compressão f_c calculada de acordo com a NBR 8800, e a eficiência é medida como um percentual da tensão de escoamento f_y . Os valores do raio de giração i_{\min} são aproximados, tirados da Tabela A10.1, Anexo A.

Caso	a	b	c	d	e	f	g
i_{\min} (cm)	6,78	6,11	1,75	1,80	0,27	4,10	2,56
ℓ_{fl}/i_{\min}	51,6	57,3	200	194	1296	85,4	136,7
f_c/f_y	0,869	0,838	0,172	0,183	—	—	0,370

Com os resultados podemos fazer as seguintes considerações:

1. Os perfis de maior eficiência são os das seções (a) e (b) com maior raio de giração.
2. A seção (c) tem índice de esbeltez $\ell_{fl}/i = 200$, limite permitido pela NBR 8800.
3. A seção (e) apresenta esbeltez tão elevada que seu emprego como peça comprimida torna-se inviável.

4. A seção (f) é composta de chapas esbeltas com $b/t = 21,9$, valor maior que o limite fornecido na Tabela 5.2, indicando que há flambagem local. A tensão resistente, então, deve ser reduzida pelo coeficiente Q_s .
5. O perfil (g) é uma cantoneira como o perfil (f), mas não há flambagem local, já que

$$\frac{b}{t} = \frac{130}{15,9} = 8,2 < 12,7$$

5.8.5 Calcular a resistência de projeto à compressão com flambagem para o perfil W 310 × 21,0 kg/m com um comprimento de flambagem de 3,00 m nos dois planos de flambagem. Verificar se o perfil de aço AR350 é mais econômico que o de aço MR250.

Solução

- a) Perfil de aço MR250

Consultando a Tabela A6.8, Anexo A, tiramos $i_{\min} = i_y = 1,90$ cm

$$\frac{\ell_{fl}}{i_{\min}} = \frac{300}{1,90} = 157$$

$$\lambda_0 = 1,77$$

$$f_c = 0,280 \times 250 = 70,0 \text{ MPa}$$

A carga axial de projeto vale:

$$N_{d,res} = 27,2 \times 7,0/1,10 = 173,1 \text{ kN}$$

- b) Perfil de aço AR350

Como as propriedades da seção são as mesmas, o valor de ℓ_{fl}/i não se altera. Para $\ell_{fl}/i = 157$, obtêm-se:

$$\lambda_0 = 0,0133 \times 157 = 2,09$$

$$f_c = 0,201 \times 350 = 70,4 \text{ MPa}$$

- c) Conclusão

A resistência de projeto do perfil em aço AR350 é igual à do perfil em aço MR250, devido à esbeltez elevada. A solução em aço MR250 é mais econômica.

5.8.3 Calcular o esforço resistente de projeto à compressão em dois perfis H152 (6") \times 40,9 kg/m, sem ligação entre si, e comparar o resultado com o obtido para os perfis ligados por solda longitudinal. Considerar uma peça de 4 m, rotulada nos dois planos de flambagem, nas duas extremidades. Material: aço ASTM A36.

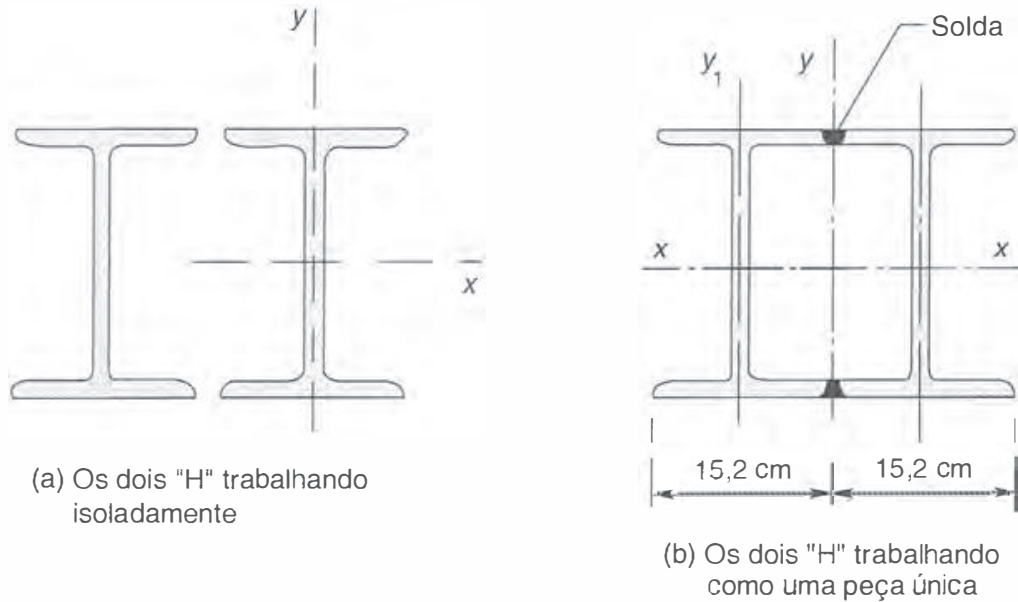


Fig. Probl. 5.8.3

Solução

a) Perfis sem ligação

O esforço resistente do conjunto será o dobro do esforço resistente para cada perfil isolado.

Da Tabela A6.1, Anexo A, tiramos o raio de giração mínimo do perfil H

$$i_{\min} = 3,57 \text{ cm}$$

Como a peça é birrotulada,

$$\ell_{f\ell} = \ell = 400 \text{ cm}$$

$$\frac{\ell_{f\ell}}{i_y} = \frac{400}{3,57} = 112 \quad \lambda_0 = 1,27$$

Na Tabela A2, Anexo A, obtemos:

$$f_c = 0,509 \times 250 = 127 \text{ MPa}$$

Para os dois perfis isolados, calculamos então o esforço normal resistente de projeto

$$N_{d\text{res}} = 2 \times 52,1 \times 12,7/1,10 = 1203 \text{ kN}$$

b) Perfis ligados por solda

Neste caso, devemos determinar o raio de giração mínimo do conjunto, o que poderá ocorrer na direção x ou na direção y .

A flambagem se dará em torno do eixo y .

$$i_{\min} = i_y = \left(\frac{I_y}{A} \right)^{1/2} = \left(\frac{1804}{2 \times 70,97} \right)^{1/2} = 3,57 \text{ cm}$$

$$\frac{\ell_{f\ell}}{i_{\min}} = \frac{300}{3,57} = 84,15$$

$$\lambda_0 = 0,95$$

$$f_c = 0,685 \times 250 = 171 \text{ MPa}$$

$$N_{d\text{res}} = 2 \times 70,97 \times 17,1/1,10 = 2206 \text{ kN}$$

Verificamos que o perfil composto tem uma carga axial resistente praticamente igual ao dobro dos dois perfis isolados.

5.8.7 Uma coluna é engastada na base nos dois planos de flambagem e, no topo, tem condições de apoio diferentes em cada plano: rotulado no plano xz e livre no plano yz . Admitindo-se um perfil soldado CS, posicionar o perfil da melhor maneira (Posição 1 ou Posição 2 da Fig. Probl. 5.8.7?)

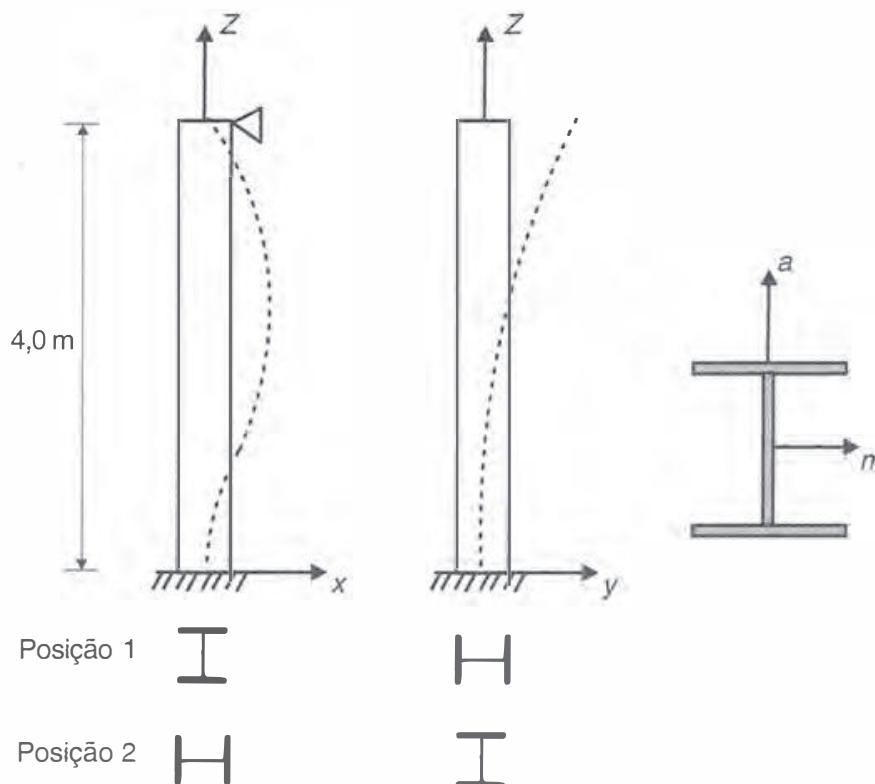


Fig. Probl. 5.8.7

Solução

Inspecionando-se a Tabela A8.1, Anexo A verifica-se que para qualquer perfil CS o raio de giração em torno do eixo paralelo à mesa do perfil (eixo m da Fig. Probl. 5.8.7) é maior do que o raio de giração em torno do eixo paralelo à alma:

$$i_m > i_u$$

Os comprimentos de flambagem são:

- no plano xz , ie , flambagem em torno de y ; $\ell_{fe_y} = 0,8\ell$
- no plano yz , ie , flambagem em torno de x ; $\ell_{fe_x} = 2,1\ell$

Cada posição irá fornecer dois índices de esbeltez $(\ell/i)_y$ e $(\ell/i)_x$. A melhor posição é aquela que fornece o menor índice de esbeltez máximo. Portanto, para o maior comprimento de flambagem (neste caso ℓ_{fe_x}) a seção deve trabalhar com o maior raio de giração (i_m). Conclui-se que a Posição 1 é a mais eficiente.

5.8.8 Selecionar um perfil soldado CS de aço A36 para a coluna do Problema 5.8.7 com 4,0 m de altura e que deve suportar as seguintes cargas:

$$\text{Permanente } N_g = 300 \text{ kN}$$

$$\text{Utilização } N_{cl} = 300 \text{ kN}$$

Solução

a) Esforço solicitante de projeto

$$N_{d\text{sol}} = 1,4 \times 300 + 1,5 \times 300 = 870 \text{ kN}$$

b) Comprimento de flambagem e índices de esbeltez

Flambagem no plano xz (em torno de y) $\ell_{fy} = 0,8 \ell$

Flambagem no plano yz (em torno de x) $\ell_{fx} = 2,1 \ell$

Observa-se na Tabela A8.1, Anexo A, que, para qualquer altura de perfil CS, a relação $i_x/i_y \cong 1,7$. Tem-se então:

$$\left(\frac{\ell_{fe}}{i}\right)_y = \frac{0,80 \ell}{i_y} \qquad \left(\frac{\ell_{fe}}{i}\right)_x = \frac{2,1 \ell}{1,7 i_y} = 1,2 \frac{\ell}{i_y}$$

A esbeltez em torno de x é 50% maior que a esbeltez em torno de y ; portanto, pode-se concluir que a flambagem em torno de x é determinante.

c) Perfil para a primeira tentativa

Adotando-se uma estimativa para f_c/f_y igual a 0,65, obtém-se a área necessária do perfil

$$A_g = \frac{870}{0,65 \times 25 / 1,10} = 59 \text{ cm}^2$$

Toma-se o perfil CS250 \times 52 ($A_g = 66 \text{ cm}^2$) como primeira tentativa.

- d) Tentativa com o perfil CS250 × 52 (Tabela A8.1, Anexo A)
Flambagem local

$$\text{Mesa} \quad \frac{250}{2 \times 9,5} = 13,1 < 15,8$$

$$\text{Alma} \quad \frac{231}{8} = 28,9 < 42,1$$

Não haverá flambagem local
Esforço normal resistente
Flambagem em torno de x

$$\left(\frac{\ell_{fe}}{i} \right)_x = \frac{2,1 \times 400}{10,8} = 77,8 < 200$$

com a curva de flambagem obtém-se $f_c = 0,723$

$$N_{d\text{res}} = 66 \times 0,723 \times 25/1,10 = 1084 \text{ kN}$$

O perfil CS 250 × 52 satisfaz os requisitos de projeto.

5.8.9 Uma diagonal de treliça tem o comprimento de 3,00 m, sendo formada por duas cantoneiras 64 × 64 × 6,3. Determinar o esforço resistente de projeto para compressão axial, para as disposições indicadas na figura. Material: aço MR250.

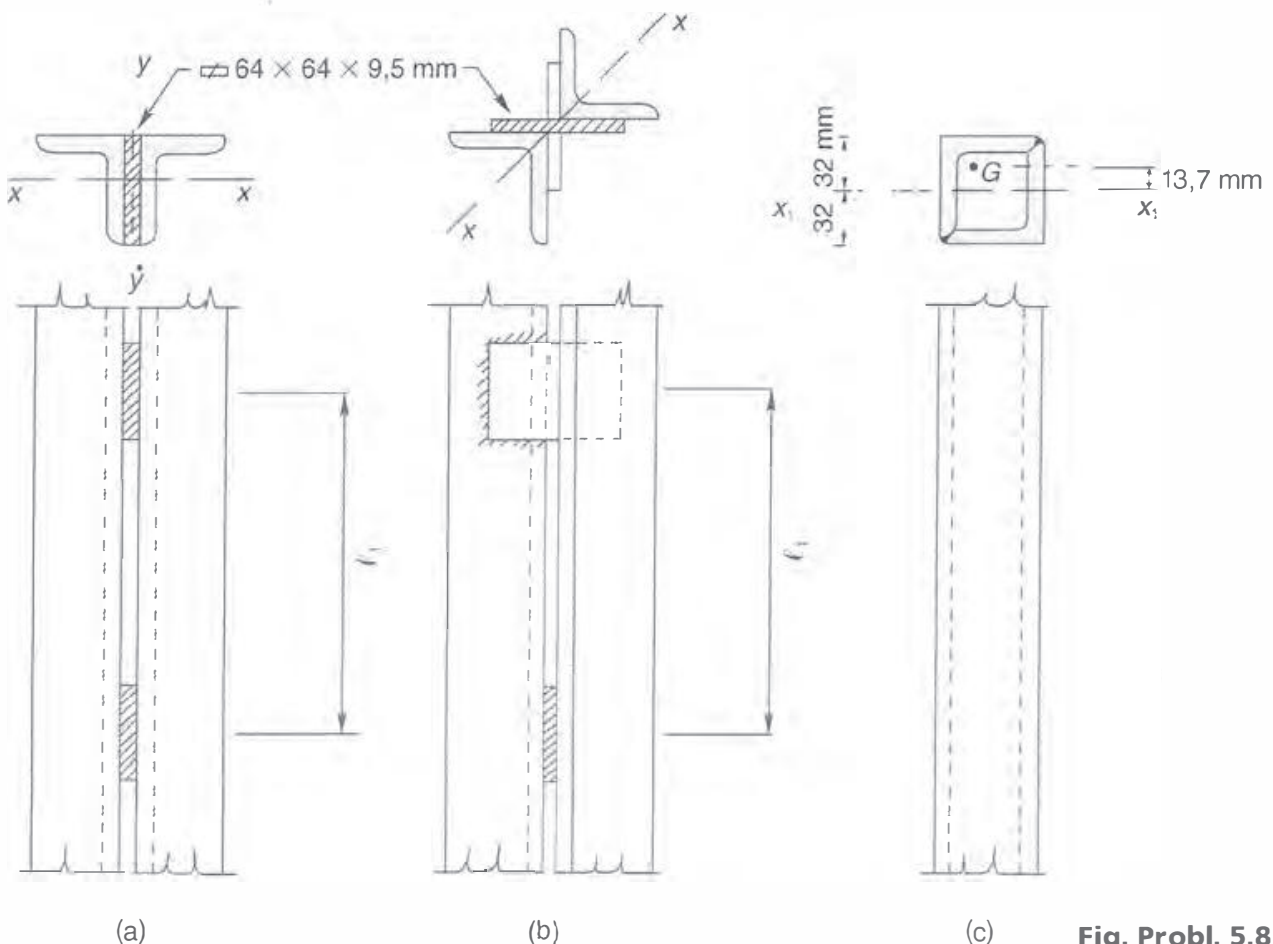


Fig. Probl. 5.8.9

Solução

Vamos determinar o esforço resistente de projeto para as três seções indicadas na figura.

- a) A diagonal da Fig. do Problema 5.8.9a é formada por duas cantoneiras ligadas por chapas soldadas de 9,5 mm (3/8"). De acordo com o critério da NBR 8800, quando a maior esbeltez de uma cantoneira isolada, ℓ_1/i_1 , for menor que a metade da maior esbeltez da coluna composta, a peça poderá ser dimensionada como se tivesse ligações contínuas (ver Fig. 5.13). Neste caso, com os dados da Tabela A6.4, Anexo A, e adotando-se $K = 1$, como é usual para elementos componentes de treliças, tem-se:

$$\ell_1 < \left(\frac{i_1}{2}\right) \left(\frac{K\ell}{i_x}\right) = \frac{1,24}{2} \left(\frac{300}{1,95}\right) = 95,4 \text{ cm}$$

Atendida pois esta condição, a flambagem em torno do eixo x será determinante. O cálculo do esforço resistente de projeto é feito com os dados das Tabelas A6.4 e A2, Anexo A, como a seguir:

$$\ell_{fe}/i_x = 300/1,95 = 154$$

$$\lambda_0 = 1,74$$

$$f_c = 0,290 \times 250 = 72,5 \text{ MPa}$$

$$N_{d\text{ res}} = 2 \times 7,68 \times 7,25/1,10 = 101,3 \text{ kN}$$

- b) Na Fig. do Problema 5.8.9b temos as duas cantoneiras opostas pelo vértice. O espaçamento ℓ_1 das barras de ligação deve atender à mesma condição do item (a). A flambagem pode ser calculada em torno do eixo x da Fig. do Problema 5.8.9b.

$$i_1 = 2,45 \text{ cm}$$

$$\ell_{fe}/i = 300/2,45 = 122$$

$$\lambda_0 = 1,38$$

$$f_c = 0,451 \times 250 = 112,7 \text{ MPa}$$

$$N_{d\text{ res}} = 2 \times 7,68 \times 11,3/1,10 = 158 \text{ kN}$$

- c) Na Fig. do Problema 5.8.9c as cantoneiras são ligadas por solda, formando um perfil fechado. O momento de inércia em relação ao eixo x_1 desta figura se calcula com o teorema de translação dos eixos, que conduz à relação:

$$i_{x1} = \sqrt{i_x^2 + \Delta y^2}$$

No nosso caso, $i_x = 1,95 \text{ cm}$

$$\Delta y = 3,20 - 1,83 = 1,37 \text{ cm}$$

$$i_{x1} = \sqrt{1,95^2 + 1,37^2} = 2,38 \text{ cm}$$

$$\ell_{fe}/i = 300/2,38 = 126$$

$$\lambda_0 = 1,42$$

$$f_c = 0,430 \times 250 = 107,5 \text{ MPa}$$

$$N_{d\text{ res}} = 2 \times 7,68 \times 10,75/1,10 = 150,1 \text{ kN}$$

5.8.10 Uma coluna tem seção em forma de perfil H, fabricado com duas chapas $8 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ para as mesas e uma chapa $8 \text{ mm} \times 400 \text{ mm}$ para a alma, todas em aço ASTM A36. O comprimento de flambagem é $K\ell = 9,8 \text{ m}$. Calcular a resistência de cálculo para compressão axial, considerando flambagem em torno do eixo mais resistente ($x - x$). Admite-se que a peça tenha contenção lateral impedindo flambagem em torno do eixo de menor resistência ($y - y$).

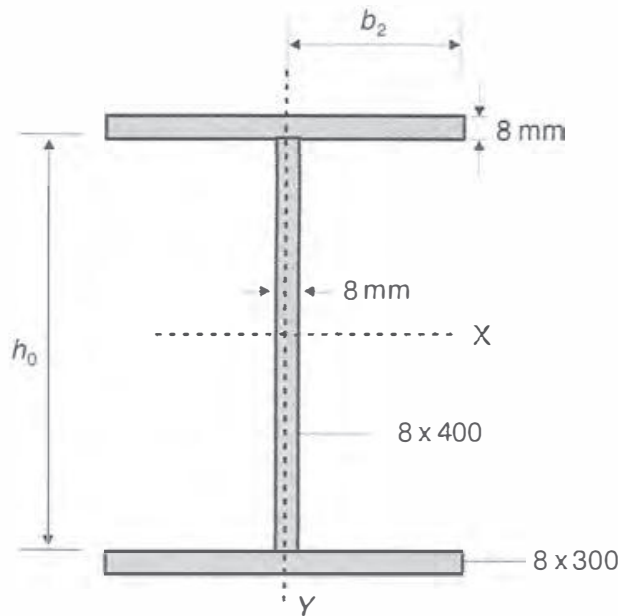


Fig. Probl. 5.8.10

Solução

a) Propriedades geométricas da seção

$$A_g = 2 \times 0,8 \times 30 + 0,8 \times 40 = 80 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 2 \times 0,8 \times 30 \times 20,4^2 + 0,8 \times 40^3 / 12 = 24.242 \text{ cm}^4$$

$$i_x = \sqrt{I/A} = 17,4 \text{ cm}$$

b) Cálculo de f_c sem consideração de flambagem local ($Q = 1$)

$$\left(\frac{K\ell}{i} \right)_x = \frac{980}{17,4} = 56,3 \therefore \lambda_0 = 0,0113 \times 56,3 = 0,636$$

$$f_c = 0,842 \times 250 = 210,5 \text{ MPa}$$

$$N_{d\text{res}} = 80 \times 21 / 1,10 = 1527 \text{ kN}$$

c) Valores de b/t

$$\text{Alma} \quad b/t = 400/8 = 50 > 42,1$$

$$\text{Mesa} \quad b/t = 150/8 = 18,75 > 0,64 \sqrt{\frac{200.000}{250/k_c}} = 13,5$$

$$\text{sendo } k_c = \frac{4}{\sqrt{400/8}} = 0,56$$

d) Coeficiente Q_s

$$\text{Mesa} \quad 13,5 < 18,75 < 1,17 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}} = 24,8$$

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \times \frac{150}{8} \sqrt{\frac{250}{200.000 \times 0,56}} = 0,839$$

e) Largura efetiva da alma

Adotando-se a tensão σ na Eq. (5.13) igual a f_c obtido com $Q = 1$ ($\sigma = 211$ MPa), obtém-se:

$$b_e = 1,92 \times 0,8 \sqrt{\frac{200.000}{211}} \left[1 - \frac{0,34}{\frac{40}{0,8}} \sqrt{\frac{200.000}{211}} \right] = 37,4 \text{ cm} < 40 \text{ cm}$$

Área efetiva:

$$A_{ef} = 2 \times 0,8 \times 30 + 0,8 \times 37,4 = 77,9 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A} = \frac{77,9}{80} = 0,97$$

f) Parâmetro de flambagem local

$$Q = Q_a Q_s = 0,97 \times 0,84 = 0,81$$

g) Índice de esbeltez reduzido

$$\lambda_0 = \frac{K\ell}{i} \sqrt{\frac{Q f_y}{\pi^2 E}} = \frac{980}{17,4} \sqrt{\frac{0,81 \times 250}{\pi^2 \times 200.000}} = 0,57$$

h) Tensão resistente f_c e tensão de cálculo σ da Eq. (5.13)

$$f_c = 0,873 \times 250 = 218 \text{ MPa}$$

$$\sigma = 0,84 \times 218 = 183 \text{ MPa}$$

Verifica-se que o cálculo da largura efetiva da alma com a tensão σ do item (b) é conservador.

i) Esforço axial resistente de projeto

$$N_{d\text{res}} = Q A_g f_c / \gamma_{al} = 0,81 \times 80 \times 21,8 / 1,10 = 1284 \text{ kN}$$

Comparando-se $N_{d\text{res}}$ dos itens (b) e (i), observa-se a redução de resistência devida à flambagem local.

5.9 | PROBLEMAS PROPOSTOS

5.9.1 Por que a curva tracejada da Fig. 5.4 não é adequada para definir a tensão resistente de colunas de aço?

5.9.2 Qual a diferença entre a carga crítica (N_{cr}) e a carga última ou resistente (N_c da Fig. 5.2d)?

5.9.3 O que são curvas de flambagem e como foi obtida a curva apresentada pela NBR 8800?

5.9.4 Qual o comprimento de flambagem dos pilares dos pórticos ilustrados na figura?

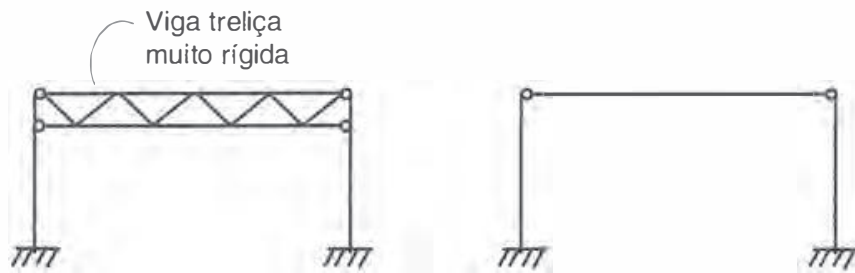


Fig. Probl. 5.9.4

5.9.5 Levando-se em conta o aspecto econômico, qual deve ser a relação entre os momentos de inércia dos eixos principais de um perfil que trabalha a compressão axial sem contenção lateral com condições de apoio iguais nos dois planos de flambagem?

5.9.6 Uma escora de comprimento de flambagem 10 m deve suportar uma carga de 300 kN do tipo permanente. Dimensionar a escora utilizando aço MR250 e os seguintes perfis:

- Perfil soldado VS (Fig. 6.2g);
- Duplo I (Fig. 6.2b);
- Duplo U aberto (Fig. 6.2e);
- Duplo U fechado formando um tubo retangular (Fig. 6.2f).

5.9.7 O que é flambagem local e em que circunstâncias ocorre este fenômeno?

5.9.8 A ocorrência de flambagem local de um perfil tubular retangular em compressão axial representa o colapso da coluna?

5.9.9 Como é considerado o efeito de flambagem local no cálculo do esforço resistente à compressão de uma coluna?

5.9.10 Uma diagonal de treliça, formada por dois perfis justapostos de aço MR250, tem um comprimento de flambagem de 2,50 m e uma carga axial de 150 kN, em serviço. Dimensionar a diagonal utilizando duas cantoneiras ou dois perfis U justapostos (ver Fig. do Problema 5.9.10). Indicação: os perfis podem ser considerados como tendo ligação contínua.

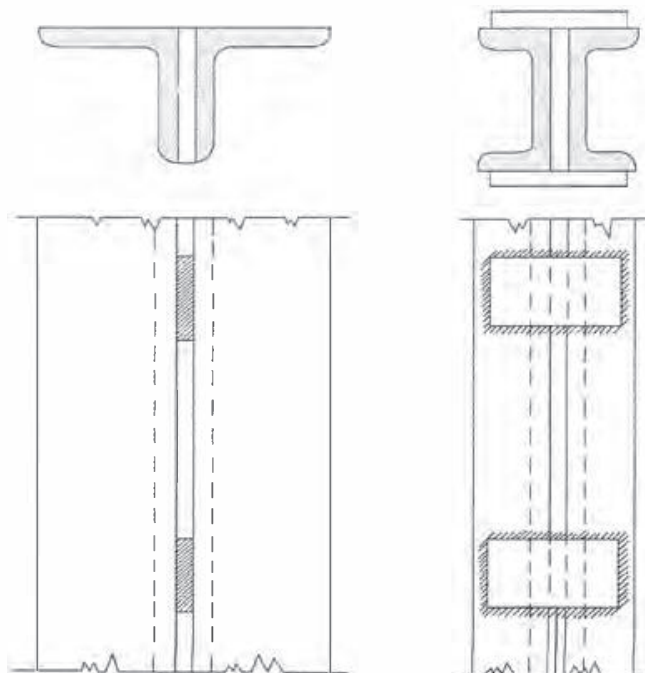


Fig. Probl. 5.9.10